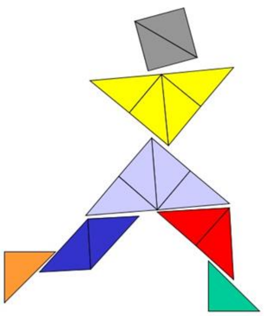
Ministerio de Educación Pública

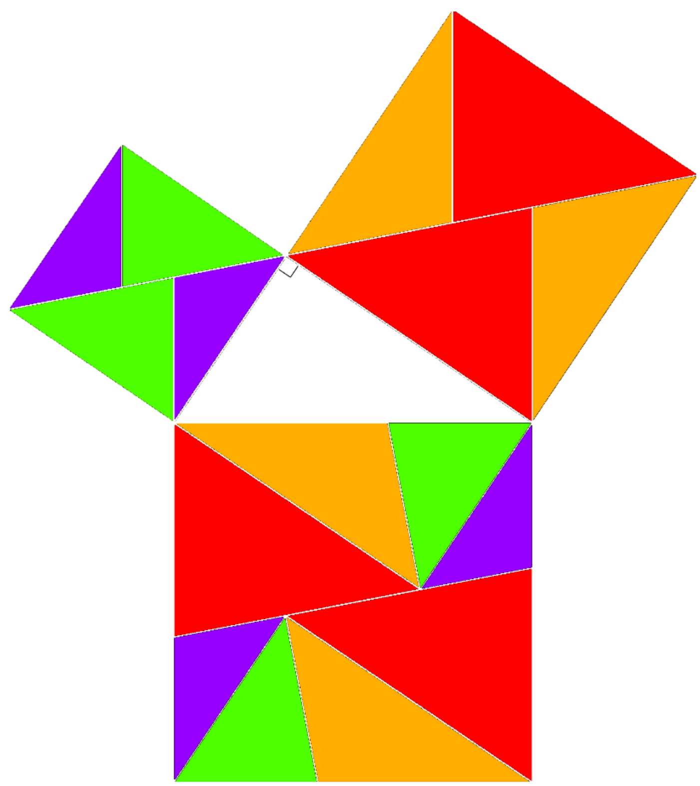
Dirección de Desarrollo Curricular

DEPARTAMENTO DE PRIMERO Y SEGUNDO CICLOS



Cuadernillo de apoyo para el docente

Olimpiada Costarricense de Matemática para Educación Primaria
OLCOMEP-2018
Sexto año



Asesoría Nacional de Matemática

Marzo 2018

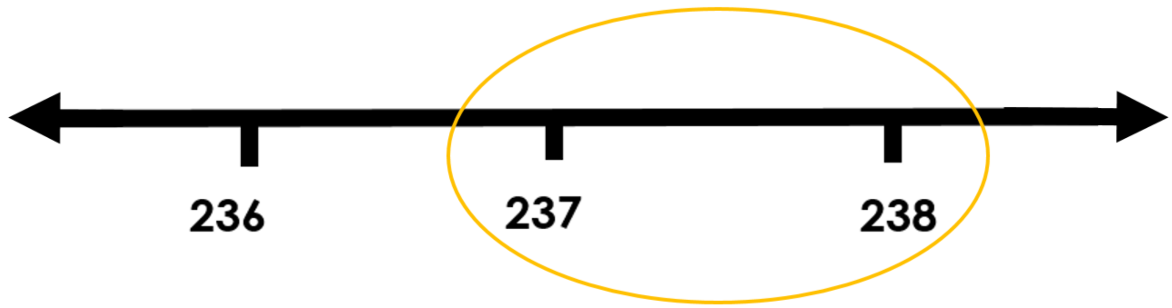
Problemas de Cuarto año

Ítems de reforzamiento

1. De la siguiente lista de números, ¿cuál número es el mayor?

237,185 - 237,24 - 237,2199 - 237,206 - 237,1897 - 237,19

Utilicemos una representación gráfica para dar solución al problema, considerando lo siguiente:



Los valores que se nos facilitan se encuentran entre 237 y 238, ahora vamos a colocar estos valores entre estos dos números en la recta numérica.

Vamos distribuyendo la lista de números entre estos dos, dividiendo este listado en dos grupos:

237,185 - 237,24 - 237,2199 - 237,206 - 237,1897 - 237,19

Por lo tanto, entre el 234,1 y el 237,2 tienen que estar los siguientes números:

237,185

237,1897

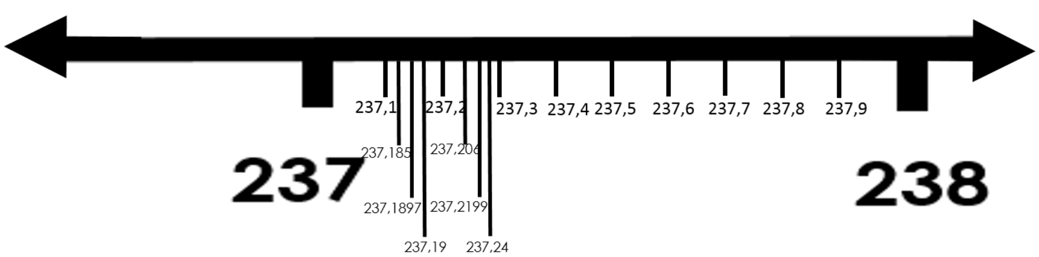
237,19

237,24

237,2199

237,206

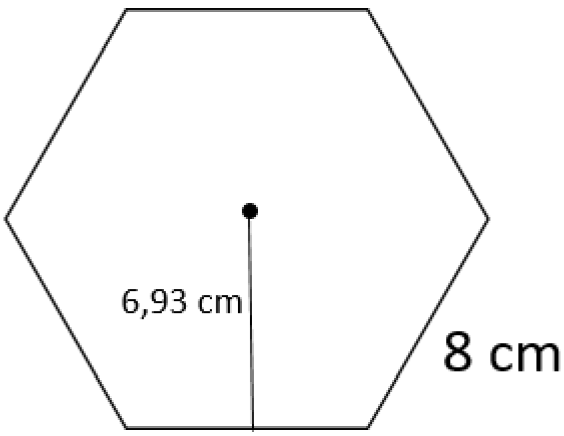
Ahora debemos determinar el orden de estos en la recta numérica



Por lo tanto, a la pregunta “¿cuál número es el mayor?”, podemos afirmar que el mayor es el 237,24

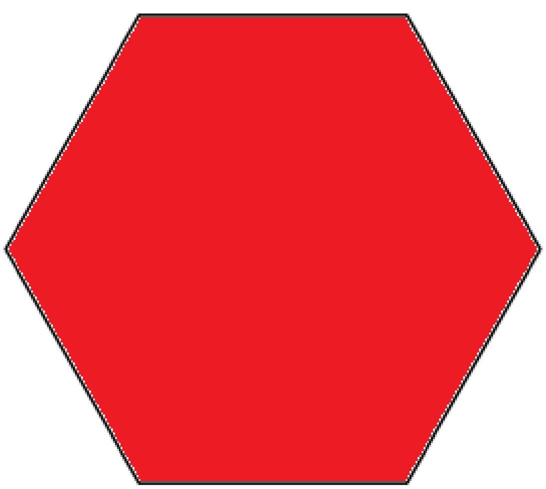
2. ¿Cuál es el área de un hexágono regular de 8 cm de lado cuya apotema mide aproximadamente 6,93 cm?

Recordemos que el hexágono regular es una figura geométrica de 6 lados de igual medida como se muestra:



En ella se indica que la apotema es 6,93 cm que es la medida que se localiza en el interior de la figura y el lado mide 8 cm

Nos solicitan calcular el área de la figura, por lo tanto debemos determinar lo que se muestra con rojo en la siguiente imagen:



Para determinar el área de la figura debemos calcular su perímetro como se muestra:

$P = 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8$ ó $P = 6 \cdot 8$

$P = 48$

La fórmula para calcular el área de un polígono regular es:

$$A = \frac{P \cdot a}{2}$$

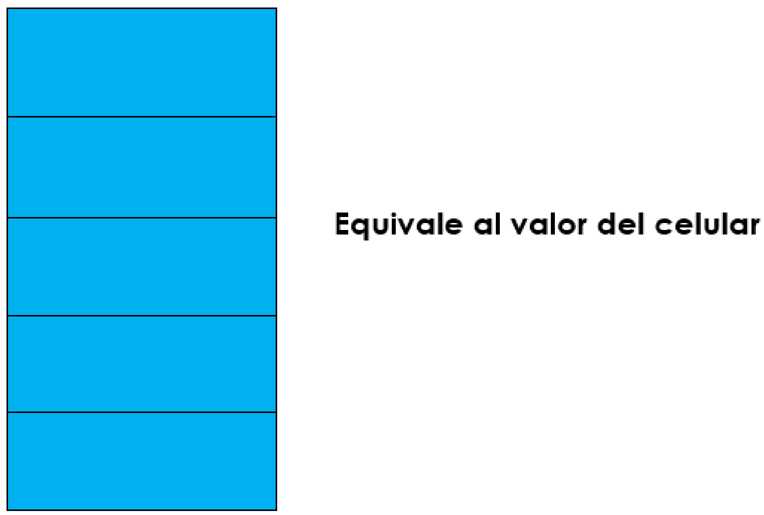
$$A = \frac{48 \cdot 6{,}93}{2}$$

$A = 166{,}32\ cm^2$

El área del pentágono es de $166{,}32\ cm^2$

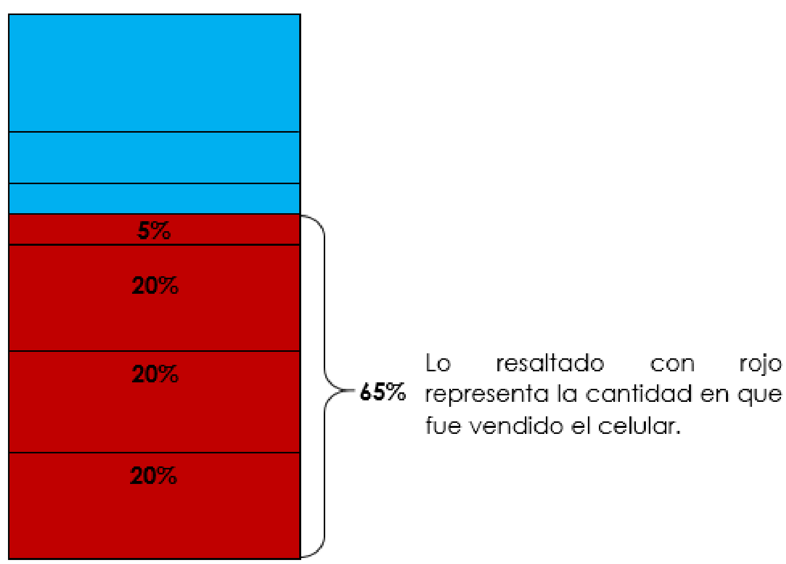
3. Yadira vendió su celular en un 65% del valor que lo compró. Se sabe que si hubiera cobrado ₡30 000 más en la venta, habría vendido su celular en un 85 % del precio en el que ella lo compró. ¿Cuál fue el precio al que Yadira compró el celular?

Consideremos que:



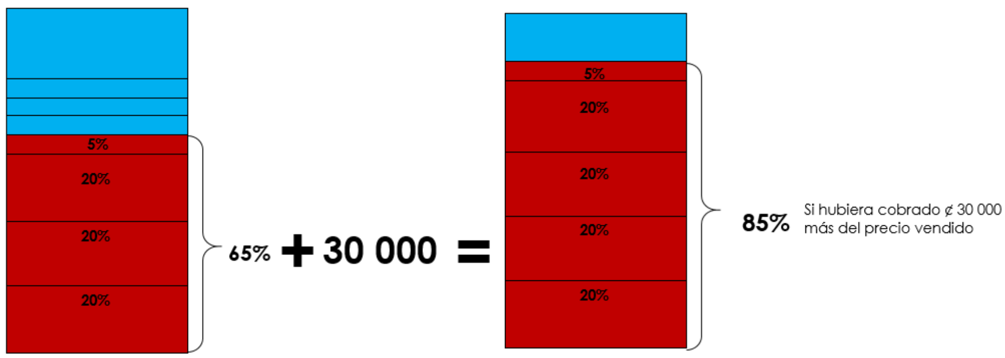
De acuerdo con lo anterior, podemos realizar la siguiente afirmación:

Yadira vendió su celular en un 65% del valor que lo compró



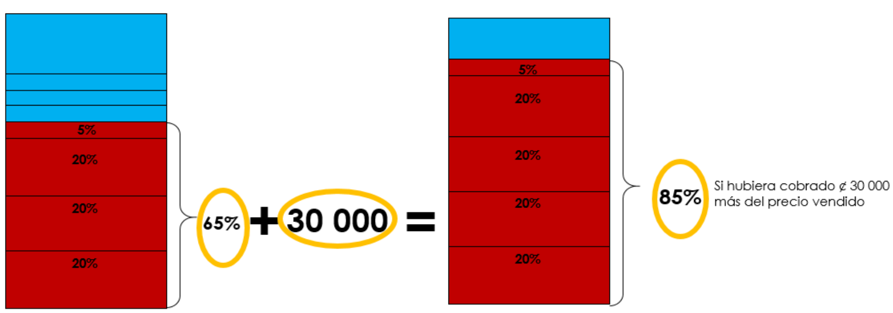
Sin embargo se indica que:" Se sabe que si hubiera cobrado ₡30 000 más en la venta, habría vendido su celular en un 85 % del precio en el que ella lo compró"

Por lo tanto podemos considerar lo siguiente:

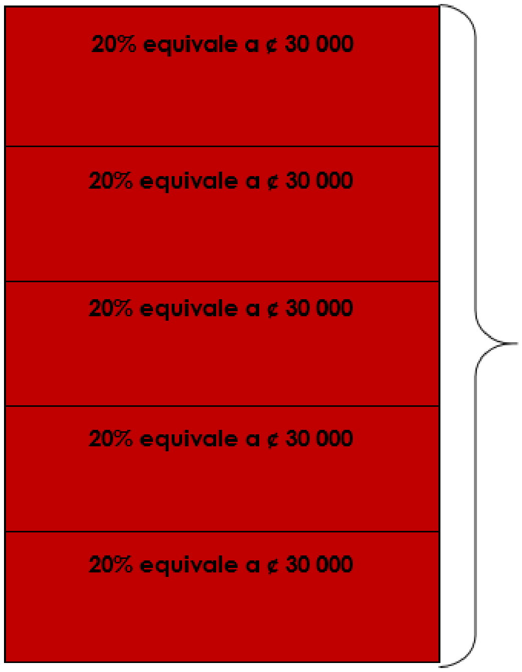


De haber cobrado ¢ 30 000 más en lugar de haber percibido un 65% del precio original, lo hubiera vendido en un 85% del valor en que lo compró.

Por lo tanto



En este incremento de ¢30 000 hay un incremento de 20% (85% - 65%), por lo tanto, cada 20% del valor inicial del teléfono equivale a ese monto, lo que permite concluir que:



Si cada 20% del celular equivale a 30 000, todo el celular inicialmente tenía un valor de:

¢ 30 000 x 5 = ¢ 150 000

De acuerdo con lo anterior, el celular inicialmente tenía un valor de ¢ 150 000

4. ¿Cuál exponente se debe escribir en el cuadrado para que esa potencia represente un número natural mayor que 225 pero menor que 675?

$$3^{\square}$$

Dentro de la información se indica que el valor que se coloque en el exponente de la expresión 3 , debe dar como resultado un número natural que sea mayor que 225 y menor que 675, por tanto, podemos realizar una tabla como la siguiente para comprar y determinar el valor que debe adquirir el exponente en esta situación:

Valor del exponente:	$3^{\square}$	**Resultado**
1	$3^1 = 3$	3
2	$3^2 = 3 \cdot 3$	9
3	$3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3$	27
4	$3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$	81
5	$3^5 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$	243
6	$3^6 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$	729

Como se evidencia en la tabla anterior, el único número que cumple con dicha condición es el tres como se resalta en la siguiente imagen:

Valor del exponente:	$3^{\square}$	**Resultado**
1	$3^1 = 3$	3
2	$3^2 = 3 \cdot 3$	9
3	$3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3$	27
4	$3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$	81
5	$3^5 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$	243
6	$3^6 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$	729

Al colocarle a la expresión 3 un exponente igual a 5, el resultado es 243, esta cantidad cumple con: $225 < 243 < 675$

5. Ricardo es un atleta que corre 5 días por semana y para participar en una competencia debe correr 16 km por día. Se sabe que:
    - Esta semana Ricardo solo ha entrenado 4 días,
    - El promedio de kilómetros por día, que lleva, es de 15,5 km

    ¿Cuántos kilómetros debe, correr el quinto día, para cumplir en forma exacta, con los 16 km de promedio por día?

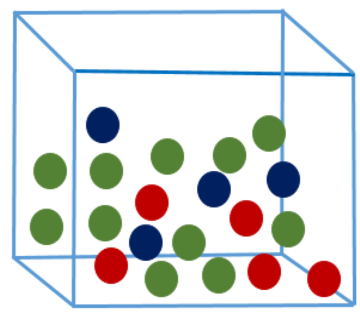
De acuerdo con la información del problema es posible realizar un cuadro donde se visualice la cantidad de kilómetros recorridos diariamente y la distancia pendiente para realizar el entrenamiento establecido:

Días	**Distancia recorrida en kilómetros**	**Diferencia entre Distancia recorrida y el promedio a recorrer por día, dado en kilómetros**
Primero	15,5	0,5
Segundo	15,5	0,5
Tercero	15,5	0,5
Cuarto	15,5	0,5
Quinto	0	16
	Pendiente a recorrer	18 km

En la tercera columna se observa que en los cuatro primeros días a Ricardo le hicieron falta 2 km (0,5 km por día) más los 16 km que debía recorrer el quinto día. Esta equivale a 18 km, la distancia que debe correr el quinto día, para cumplir en forma exacta, con los 16 km de promedio por día.

6. Suponga que en una caja se incluyen cinco bolas rojas, once bolas verdes y cuatro bolas azules, todas son idénticas solo difieren en el color. Si se extrae una bola en forma aleatoria (sin ver) ¿Cuál es la probabilidad de sacar una bola que sea roja o azul?

Vamos a visualizar la caja con las diferentes bolas dentro de ella como se muestra:



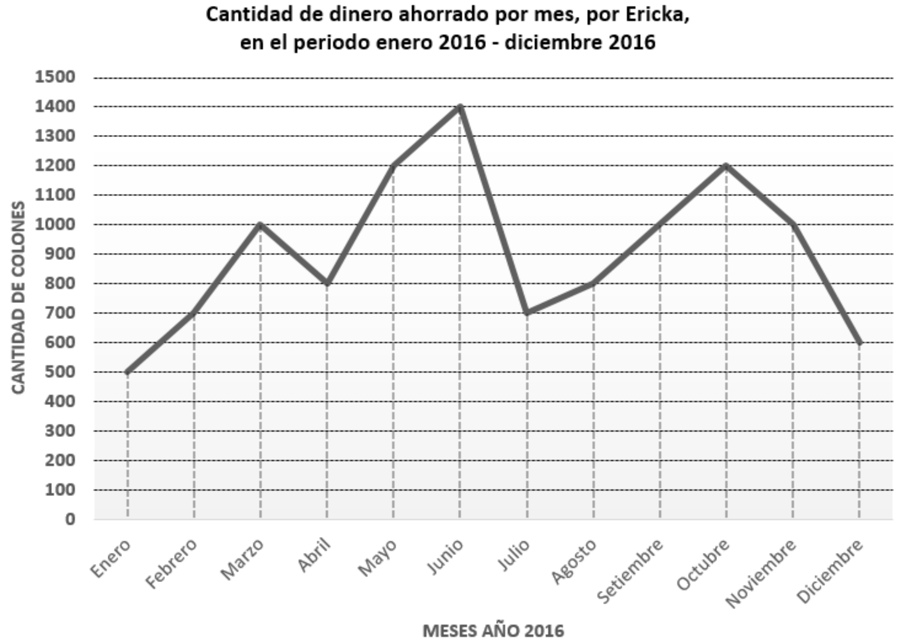
En este caso debemos calcular la probabilidad de que al sacar una bola de esta caja la bola que salga sea roja o azul, considerando que ellas solo difieren en su color y guardan similitud en todas las otras características.

Por lo tanto, tenemos 19 opciones de sacar alguna bola entre rojas, azules y verdes, sin embargo, en la siguiente tabla se muestra la probabilidad de sacar una bola de cada uno de esos colores:

Bolas	Cantidad de bolas	Probabilidad del evento Entre 0 y 1
Rojas	5	$\frac{5}{20} = 0{,}25$
Azules	4	$\frac{4}{20} = 0{,}20$
Vedes	11	$\frac{11}{20} = 0{,}55$
Total de bolas en la caja	20	

Por lo anterior a la pregunta "¿Cuál es la probabilidad de sacar una bola que sea roja o azul?" tenemos que en el caso de las bolas rojas sería de 0,25 ya que son 5 bolas de 20 y en las azules sería 0,20 que corresponde a 4 bolitas de 20.

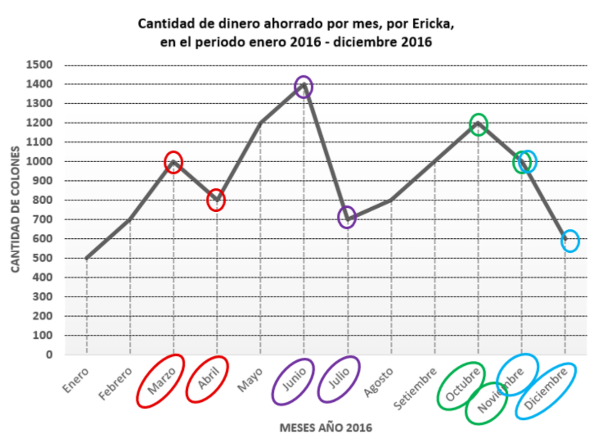
7. El siguiente gráfico representa los ahorros mensuales que realizó Ericka durante el año 2016.



Con base en la información del gráfico, si consideramos los periodos donde hubo un descenso en los montos ahorrados; entonces ¿entre, cuáles meses, hubo mayor diferencia entre los montos ahorrados?

Primero identifiquemos los meses en los cuales se presentó un descenso en los ahorros realizados por Erika.

En la siguiente imagen se resaltan los meses en los cuales se evidencia esta disminución en el ahorro:

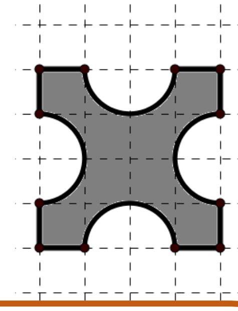


En la siguiente tabla vamos a organizar la información por parejas de meses en los cuales se presentó una disminución entre el ahorro realizado por Erika

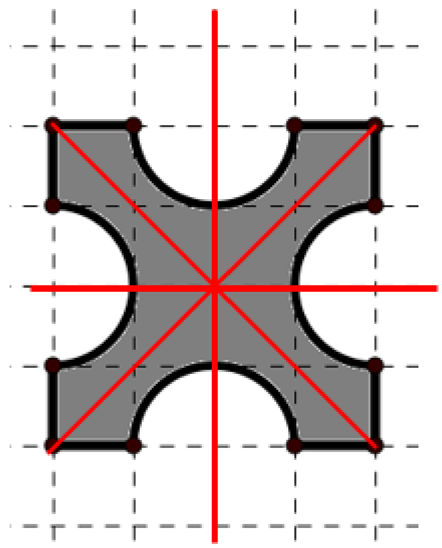
Meses	Cantidad ahorrada en colones	Diferencia entre meses seleccionados
Marzo	1000	1000 - 800 = 200
Abril	800	
Junio	1400	1400 – 700 = 700
Julio	700	
Octubre	1200	1200 – 1000 = 200
Noviembre	1000	1000 – 600 = 600
Diciembre	600	

Por medio de la información anterior podemos afirmar que los meses donde se presentó descenso en los montos ahorrados por Erika fueron entre los meses de Junio y Julio, el cual corresponde a ¢ 700.

8. La figura que se muestra al lado fue dibujada en una cuadrícula. ¿Cuántos ejes de simetría tiene dicha figura?



Para la figura anterior podemos trazar sus ejes y determinar con cuántos ejes de simetría presenta:



Como se observa esta figura tiene 4 ejes de simetría.

Ítems

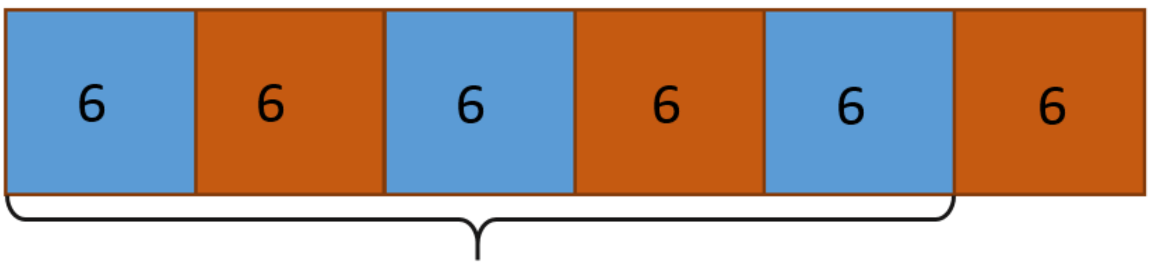
de

práctica

1. Lucía tiene 36 años de edad, $\frac{5}{6}$ partes de esos años los ha dedicado a estudiar música. De los años dedicados a la música, $\frac{1}{3}$ partes del tiempo lo ha dedicado a tocar el piano. ¿Cuántos años de su vida, los ha dedicado Lucía a tocar el piano?

De los 36 años hay que tomar $\frac{5}{6}$, por lo tanto vamos a dividir los treinta y seis años en seis partes cada una con el mismo valor (según lo indica el denominador):

Según se indica en el numerador debemos tomar 5 de estas partes, como se muestra seguidamente:

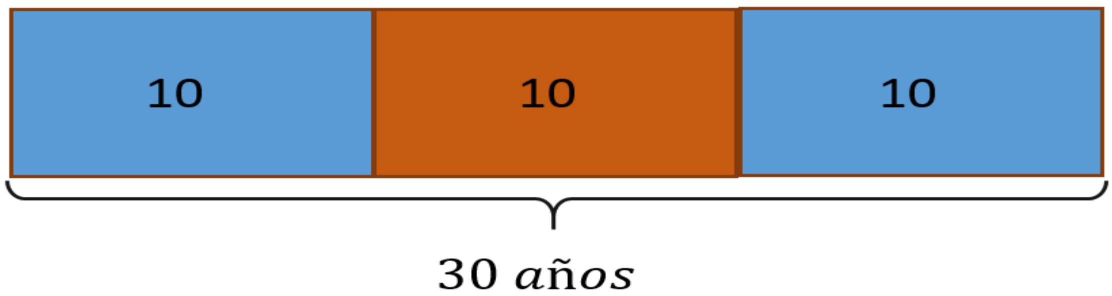


$$6 \cdot 5 = 30$$

De acuerdo a lo anterior Lucía ha estudiado música 30 años, además a ello, en el problema nos piden que se determine cuantos años de esos treinta a dedicado a tocar el piano, lo cual corresponde a $\frac{1}{3}$ de este último tiempo.

Por lo que debemos dividir los 30 años en partes iguales como se muestra:

Vamos a considerar de los treinta años (tiempo dedicado a estudiar música) un $\frac{1}{3}$, por lo tanto:



De acuerdo con lo anterior, Lucía ha dedicado 10 años de su vida en estudiar el piano.

2. Observe la siguiente sucesión de figuras, en la cual se muestran las primeras cuatro figuras

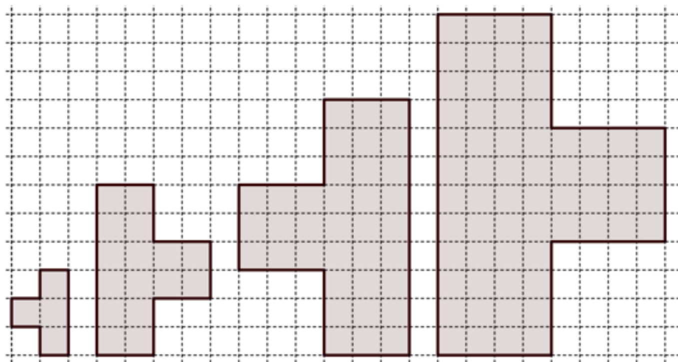


Fig.1 Fig.2 Fig.3 Fig.4

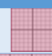
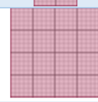
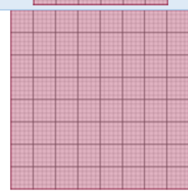
Tenga presente que cada cuadrito de la cuadrícula corresponde a una unidad cuadrada de área.

Si se sabe que la sucesión continúa con el mismo patrón entonces complete la tabla con las áreas de las figuras 4 y 6. Luego determine un patrón que le permita calcular el área de la figura 20.

Figura #	Área de la figura en unidades cuadradas	Explique o escriba el patrón que le permite calcular el área de cualquier figura.
1	4	
2	16	
3	36	
4		
5	100	
6		

Aplique el patrón para determinar el área de la figura 20

Analicemos los valores de las áreas de las figuras de la sucesión:

Figura #	Área de la figura en unidades cuadradas	Imagen de otra manera	Observación
1	4		2 x 2 = 4
2	16		4 x 4 = 16
3	36		6 x 6 = 36
4			8 x 8 = 64
5	100		10 x 10 = 100
6			12 x 12 = 144

Las figuras de la sucesión se observan formas diferentes a las imágenes de la tabla de la izquierda, pero en ambas se mantiene el mismo número de cuadrados que se utilizaron para la elaboración de las figuras originales.

Sin embargo, al pasarlas a esta representación, se evidencia de manera más sencilla el patrón de incremento de dos unidades cuadradas entre una y otra.

Además, las áreas de cada figura se encuentran representadas por cuadrados perfectos, por lo que se podría pasar de una representación gráfica a una simbólica para simplificar la manipulación de la información, como se muestran seguidamente:

$$\mathbf{2^2, 4^2, 6^2, 8^2, 10^2, 12^2, 14^2 \ldots}$$

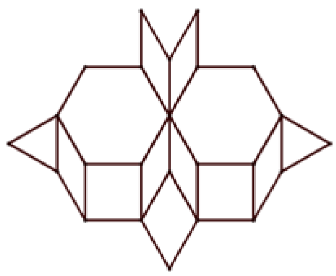
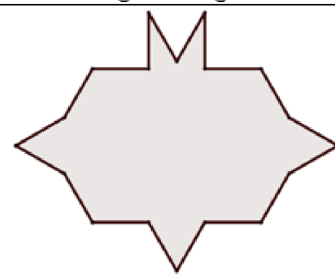
Inician con el 2 x 2 = 4 y van aumenta en 2 unidades el siguiente término.

Si desarrollamos las potencias anteriores los valores de las áreas en unidades cuadradas para las diferentes figuras sería:

4, 16, 36, 64, 100, 144, 196,…

De acuerdo con lo anterior, el valor áreas en unidades cuadradas de la figura 4 sería el cuadrado perfecto de 8, que 64 y el de la figura en la posición 6 es de 144 unidades cuadradas.

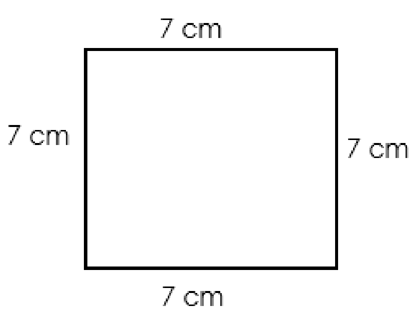
3. Andrés construyó una figura compuesta por dos cuadrados, siete rombos, dos triángulos equiláteros y dos hexágonos regulares idénticos. A partir de esa figura, Andrés borró unas líneas y construyó una segunda figura como se muestra en la siguiente imagen:

Figura original		Segunda figura
		

Si en la figura original el perímetro del hexágono regular es de 24 cm, entonces el perímetro de la segunda figura corresponde en centímetros a:

Recuerde que:

El perímetro de una figura geométrica es la suma de la longitud de todos sus lados



En este caso el perímetro sería:

P = 7 + 7 +7 +7 = 28 cm

También podemos decir que

P = 4 x ℓ donde ℓ es la cantidad de lados

P = 4 · 7

P = 28 cm

Al indicarnos que el perímetro del hexágono es de 24 cm, podemos concluir que:

P = 6 · $\boldsymbol{\ell}$ donde $\boldsymbol{\ell}$ es la cantidad de lados

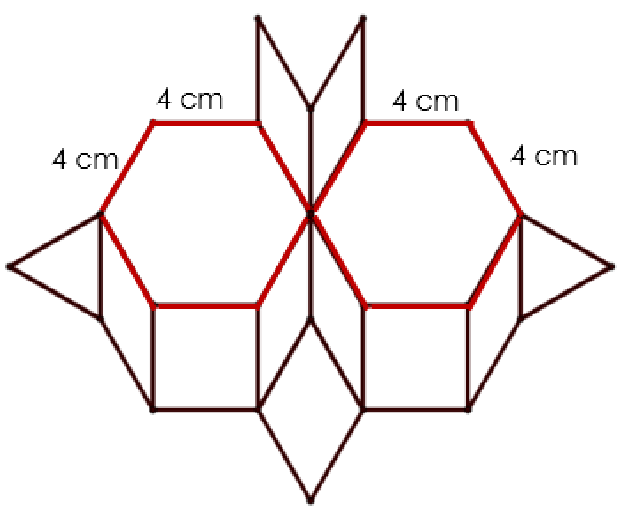
24 = 6 $\cdot l$ ¿Qué número multiplicado por 6 da como resultado 24?

En la tabla del seis solo 6 · 4 = 24

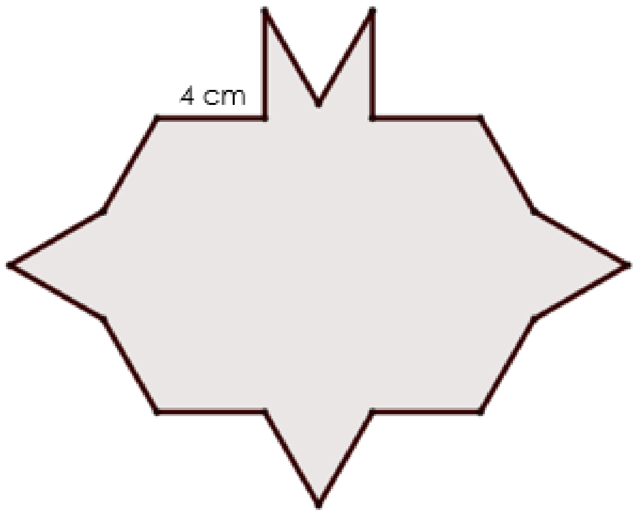
De acuerdo con lo anterior tenemos que en:

$P = 6 \cdot 4$

$P = 24\ cm$ por lo tanto, cada lado de los hexágonos mide 4 cm como se muestra:



Sin embargo, podemos concluir que los otros lados de esta figura también tienen esa misma media por las propiedades de las figuras geométricas que conforman la figura final, marcaremos con rojo los segmentos con medida 4cm: dos cuadrados, siete rombos, dos triángulos equiláteros y dos hexágonos regulares idénticos.



En la figura anterior solo se marcó uno de los lados de la figura, sin embargo, todos sus lados tienen la misma medida.

De acuerdo a lo anterior la imagen tiene 18 lados, y cada uno de estos mide 4 cm, por lo tanto:

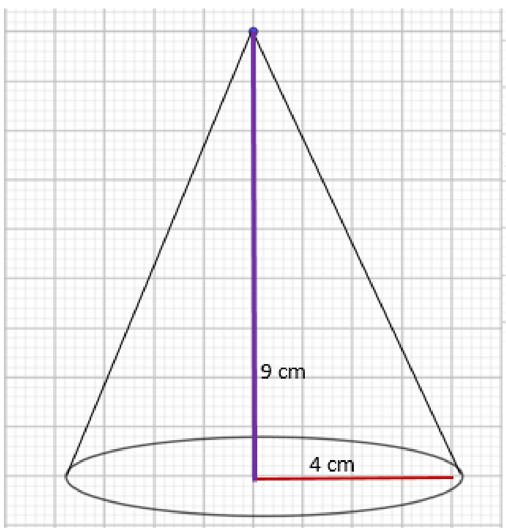
18 x 4 cm = 72 cm

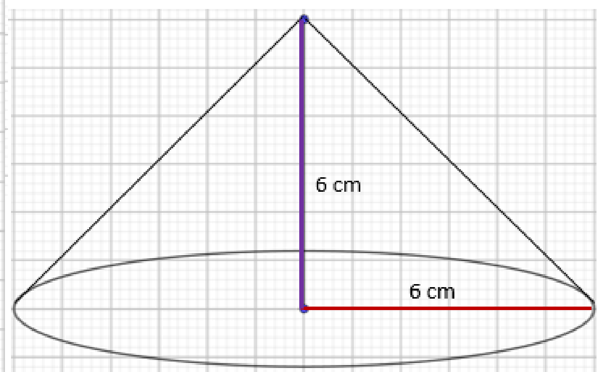
El perímetro de la figura es de 72 cm.

4. En la sala de reuniones de mi escuela hay conos de cartón de tamaños distintos que se utilizan para tomar agua.
   - El radio de la base de uno de los conos mide 4 cm y la altura 9 cm.
   - En el otro cono, el radio de la base es de 6 cm y su altura también es de 6 cm.

   Con base en esta información, ¿cuál es la razón de los volúmenes, en centímetros cúbicos, del cono de mayor volumen y el cono de menor volumen?

De acuerdo con la información suministrada, tenemos dos tipos de conos de cartón para tomar agua, como se muestra seguidamente.



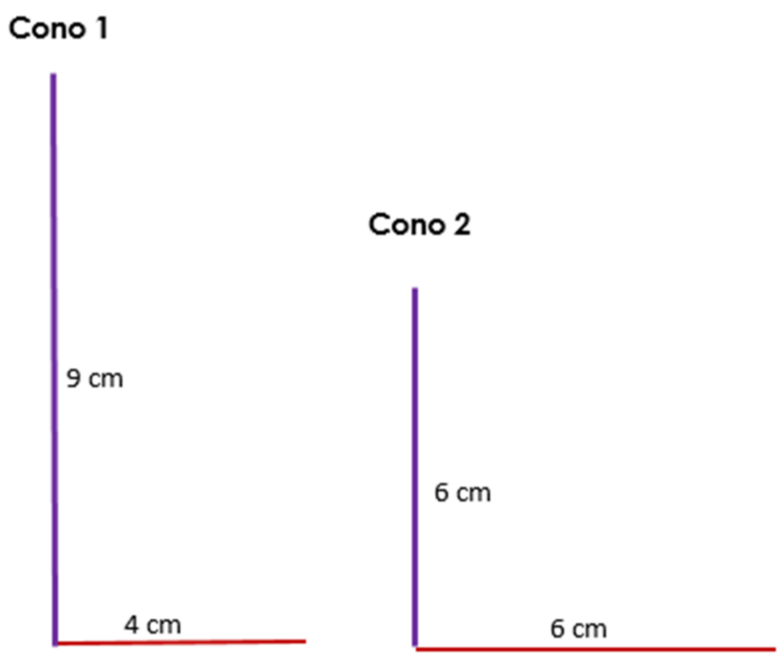


Las imágenes anteriores cumplen con las especificaciones indicadas para el radio (color rojo) y la altura (color morado) establecidas en el problema, de acuerdo con

esto podemos realizar dos posibles rutas para dar solución a la interrogante planteada:

Caso 1

Consideremos los radios y las alturas y realicemos una comparación entre ellos.



Con esta información podemos afirmar que:

Razón de las alturas: $\frac{9}{6} = \frac{3}{2}$

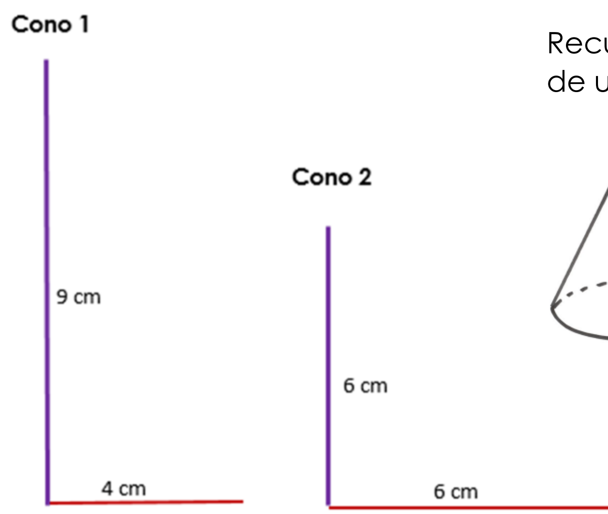
Razón de los radios: $\frac{6}{4} = \frac{3}{2}$

Recuerde que la expresión $\frac{9}{6}\ y\ \frac{6}{4}$ es necesario simplificarla para lograr obtener la fracción $\frac{3}{2}$

Con lo anterior, a la pregunta "¿cuál es la razón de los volúmenes, en centímetros cúbicos, del cono de mayor volumen y el cono de menor volumen?" podemos afirmar que la razón de los volúmenes de cono de mayor volumen y el de menor volumen es de $\frac{3}{2}$

Caso 2

Otra manera puede ser obteniendo en ambos casos el volumen de cada cuerpo sólido, siendo necesario utilizar la información comparada en el caso 1, como se muestra seguidamente:



Recuerde que: para calcular el volumen de un cono utilizamos la siguiente fórmula:

$$V=\frac{\pi r^2 h}{3}$$

Volumen cono 1:

$$V_1=\frac{3{,}14\cdot 4^2\cdot 9}{3}$$

$$V_1=\frac{\frac{11304}{25}}{\frac{3}{1}}$$

$$V_1=\frac{3768}{25}$$

Recuerde que: para realizar una fracción como la de la izquierda debemos:

$$V=\frac{\frac{11304}{25}}{\frac{3}{1}}$$

Multiplicar extremos por extremos y medios por medios para obtener la siguiente fracción:

$$V=\frac{3768}{25}$$

Volumen cono 2:

$$V_2 = \frac{3{,}14 \cdot 6^2 \cdot 6}{3}$$

$$V_2 = \frac{\frac{16956}{25}}{\frac{3}{1}}$$

$$V_2 = \frac{5652}{25}$$

Ahora vamos a realizar la comparación entre los volúmenes:

$$V_1 = \frac{3768}{25} \qquad\qquad V_2 = \frac{5652}{25}$$

Razón entre volúmenes

$$\frac{V_1}{V_2}$$

Multiplicar extremos por e

$$\frac{\frac{3768}{25}}{\frac{5652}{25}}$$

$$\textit{Razón entre volúmenes} = \frac{\frac{3768}{25}}{\frac{5652}{25}}$$

$$\textit{Razón entre volúmenes} = \frac{3}{2}$$

De la misma manera que comparando sus radios y alturas, si la realizamos entre sus volúmenes, la razón entre sus volúmenes es de $\frac{3}{2}$.

5. El euro (**€**) es la moneda usada por una serie de países de la Unión Europea. El tipo de cambio del euro en colones puede ser calculado por la siguiente relación matemática: C **= n x €,** donde "C" representa la cantidad de colones, "n" representa la cantidad de euros y "€" representa el precio en colones de cada euro. Si el 31 de julio de 2017 el Banco Central de Costa Rica registró la compra de cada euro en ¢656,57, entonces ¿cuántos colones recibió un turista que necesitó cambiar **€**300?

En la información anterior se establece que:

- El tipo de cambio del euro en colones puede ser calculado por la siguiente relación matemática: C **= n x €,** donde "C" representa la cantidad de colones, "n" representa la cantidad de euros y "€" representa el precio en colones de cada euro

- "Si el 31 de julio de 2017 el Banco Central de Costa Rica registró la compra de cada euro en ¢656,57 y un turista que necesitó cambiar **€**300"

Vamos a tomar la expresión matemática C **= n x €** para calcular la cantidad de colones que recibió el turista.

El valor de n para este caso sería **€**300 y el precio en colones de cada euro "€" es de ¢656,57, por lo tanto

C **= n x €**

C **= € 300 x** ¢656,57

C **= ¢196 971**

El turista recibió ¢ 196 971 de acuerdo con el tipo de cambio ese día

6. La sucesión de números $\frac{1}{4}, \frac{4}{9}, \frac{9}{16}, \frac{16}{25}, \ldots$ se forma siguiendo una regla patrón. ¿Cuál es el término que se encuentra en la décima posición?

Sistematicemos la información de la sucesión anterior en una tabla como se muestra seguidamente:

Posición	**Valor del numerador**	**Valor del denominador**
1	1	4
2	4	9
3	9	16
4	16	25
5		
6		

Como se observa el valor de los términos tanto para el numerador, como para el denominador, corresponden a un número multiplicado por su mismo en el caso de los numeradores, sin embargo, para los denominadores el proceso sufre una variación, como se muestra en la siguiente tabla:

Posición	**Valor del numerador**	**Valor del denominador**
1	1 x 1 = 1	$(1+1)^2 = 4$
2	2 x 2 = 4	$(1+2)^2 = 9$
3	3 x 3 = 9	$(1+3)^2 = 16$
4	4 x 4 = 16	$(1+4)^2 = 25$
5	5 x 5 = 25	$(1+5)^2 = 36$
6	6 x 6 = 36	$(1+6)^2 = 49$

Para el caso del numerador, se observa que el número coincide con la posición, por tal razón para el término en la décima posición corresponde al número 10, por lo tanto, el valor del numerador de esta fracción en la posición número 10 sería: $10 \cdot 10 \;\; o\ bien\ 10^2$ en ambos casos el valor obtenido es 100

Para los denominadores los valores difieren a los del numerador en una unidad más, y este valor lo multiplicamos por sí mismo, por lo tanto para la décima posición sería 10 + 1= 11 y este número lo multiplicamos por mismo $11 \cdot 11 \;\; o\ bien\ 11^2$ que corresponde al número 121.

Según lo anterior, la fracción que se ubica en la posición diez sería: $\frac{100}{121}$

Recuerde que una manera más sencilla para determinar los valores de cualquier sucesión es obtener el término general o la ley de formación.

En este caso en particular podemos considerar lo siguiente:

Posición	**Valor del numerador**	**Valor del denominador**
1	1 x 1 = 1	$(1+1)^2 = 4$
2	2 x 2 = 4	$(1+2)^2 = 9$
3	3 x 3 = 9	$(1+3)^2 = 16$
4	4 x 4 = 16	$(1+4)^2 = 25$
5	5 x 5 = 25	$(1+5)^2 = 36$
6	6 x 6 = 36	$(1+6)^2 = 49$

En el caso del numerador como se indicó anteriormente corresponde a la posición multiplicada por si misma por lo tanto una manera general de expresarla sería:

$n = posición$ n^2 con esta expresión podemos determinar cualquier valor que corresponda al numerador.

En el caso del denominador a la posición que es "n" se aumenta en una unidad y de la misma manera se eleva al cuadrado, de esta manera la expresión que permite modelar cualquier valor que deba ocupar el denominador sería:

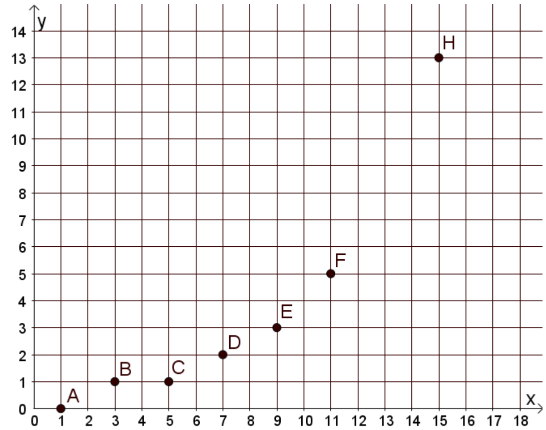
$n = posición$ $(1+n)^2$

Ellas juntas en su respectiva posición, permiten obtener cualquier valor que deba adquirir la fracción según la posición interesada, quedando de la siguiente manera:

$n = posición$ $\frac{n^2}{(1+n)^2}$

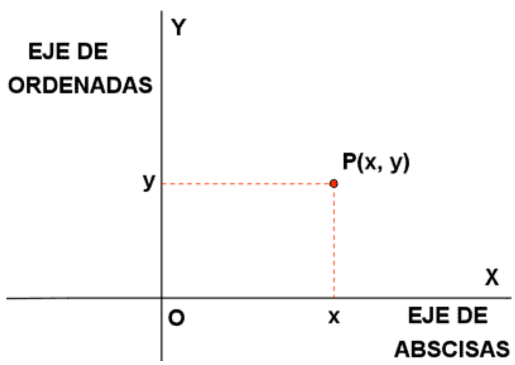
Con la expresión anterior calculamos los términos deseados

7. Observe la siguiente representación de puntos en el plano cartesiano



En ella deberían aparecer ocho puntos: A, B, C, D, E, F, G, H pero el punto G no aparece representado. Si se sabe que las abscisas de todos esos puntos siguen un patrón y las ordenadas de todos esos puntos siguen otro patrón, entonces ¿Cuál es el par ordenado que representa al punto G?

Recuerde que en un plano cartesiano las ordenadas se localizan en el eje "y" y las abscisas en el "x"



Recuerde: Los pares ordenados los identificamos como un punto.

Con los valores de "x" y "y" podemos formar pares ordenados. Recordemos que los pares ordenados son puntos en el plano formados por la componente "x" y la componente "y" relacionada.

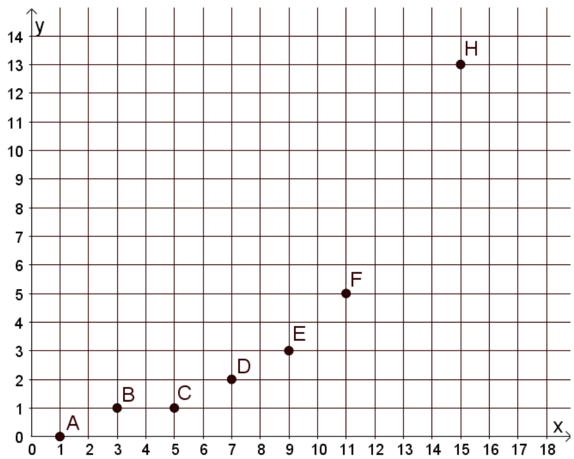
Identificación del punto ← $H\ (x, y)$

Coordenada en el eje x

Coordenada en el eje y

Olimpiada Nacional de Matemática en Primaria

Lo primero que vamos a determinar son los valores para cada uno de los puntos representados en el plano cartesiano siguiente:



Los valores de los componentes de los puntos son:

A (1, 0) B (3, 1)

C (5, 1) D (7, 2)

E (9, 3) F (11, 5)

G (__, __) H (15, 13)

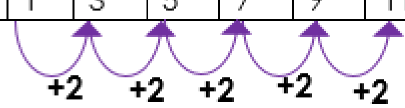
Con estos puntos completemos una tabla donde visualicemos de una manera más sencilla los elementos de cada coordenada para determinar el patrón presente en ella:

Coordenada	**Punto**							
	A	B	C	D	E	F	G	H
X	1	3	5	7	9	11		15
Y	0	1	1	2	3	5		13

Analicemos cada coordenada por separado:

Coordenada "X"

Coordenada	**Punto**							
	A	B	C	D	E	F	G	H
X	1	3	5	7	9	11		15



El incremento entre cada término es de dos unidades, por lo tanto, el valor del componente "x" en el punto G sería 11 + 2 = 13

Coordenada "Y"

Coordenada	Punto							
	A	B	C	D	E	F	G	H
Y	0	1	1	2	3	5		13

En este caso no se evidencia un incremento como en el caso de las abscisas, sin embargo, si se puede observar lo siguiente:

Para obtener los valores a partir del valor de la ordenada en el punto D corresponde a la suma de los dos anteriores como se muestra en la siguiente tabla.

Valor en Y	Proceso
0	
1	
1	1 + 1 = 2
2	2 + 1 = 3
3	3 +2 = 5
5	5 + 3 = 8
	8 + 5 = 13
13	

De acuerdo a lo anterior de componente "y" en el punto G sería 8, por lo tanto, las coordenadas completas serían:

G (13, 8)

8. La siguiente Ley de Formación $a_n = \frac{(n-1)(n+1)}{n}$ permite construir la sucesión representada en la tabla.

¿Cuál es número que representa el noveno término de esa sucesión?

De acuerdo con la información presente en la tabla podemos afirmar que en la Ley de Formación $a_n = \frac{(n-1)(n+1)}{n}$, n representa el valor de la posición del término, por lo tanto, al asignar a esta letra el valor de 3 (tercera posición) y sustituirlo en la ley de formación, obtenemos lo siguiente:

$$a_n = \frac{(3-1)(3+1)}{3}$$

Sustituimos en la ley de formación el valor de n por el número 3

$$a_n = \frac{(2)(4)}{3}$$

Recuerde que entre dos paréntesis si no aparece nada la operación aritmética que debemos efectuar es una multiplicación

$$a_n = \frac{8}{3}$$

De acuerdo con lo anterior podemos realizar el mismo procedimiento para calcular el valor del término en la posición 9, considerando $n = 9$

$$a_n = \frac{(9-1)(9+1)}{3}$$

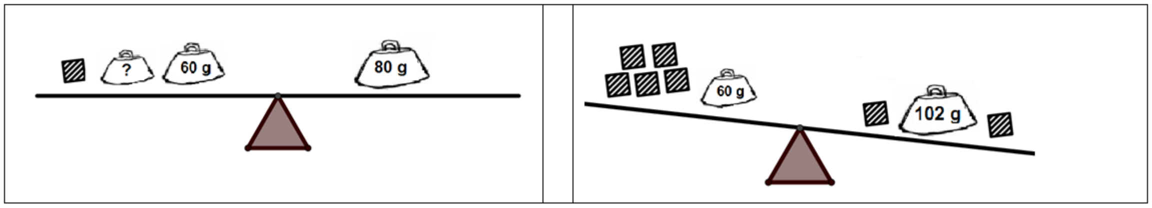
Por lo tanto, el valor del término en la posición 9 sería $a_n = \frac{80}{3}$

$$a_n = \frac{(8)(10)}{3}$$

$$a_n = \frac{80}{3}$$

9. Observe las siguientes balanzas una en equilibrio y la otra en desequilibrio

Balanza 1 | Balanza 2

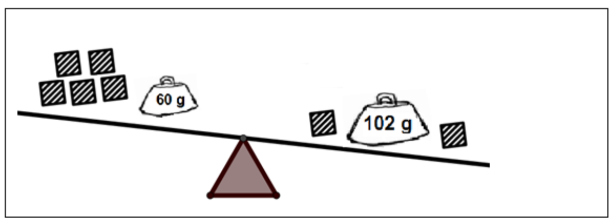


Si todos los cuadrados rayados pesan lo mismo; y se presentan cuatro pesas (tres con sus respectivos pesos en gramos y otra en la cual se desconoce su peso).

Con base en la información anterior, el peso que debe tener  , para que la balanza 1 se mantenga en equilibrio debe ser:

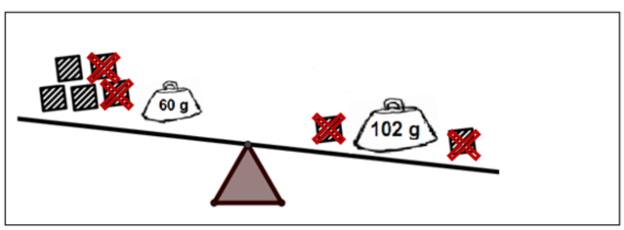
Consideremos la "Balanza 2" inicialmente

Balanza 2

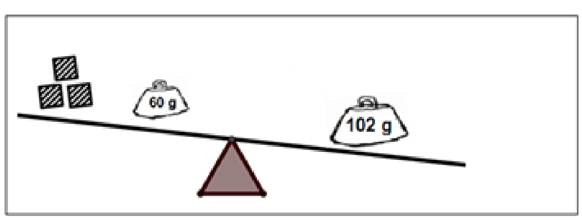


En ella podemos ir quitando a ambos lados la misma cantidad o peso, observemos la siguiente cancelación

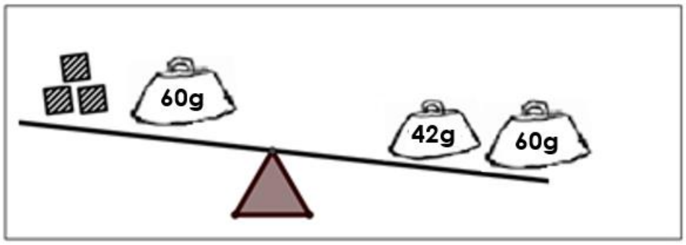
Balanza 2



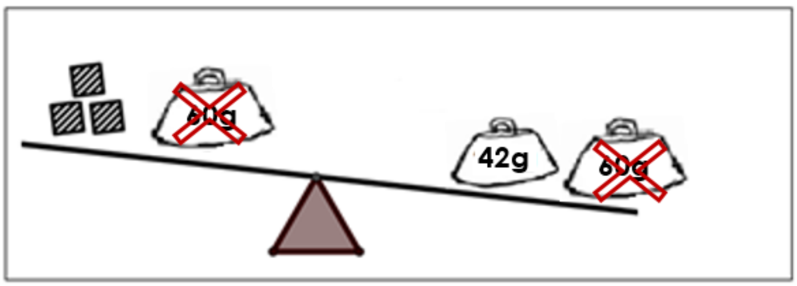
Quedando la siguiente expresión, la cual mantiene la desigualdad existente



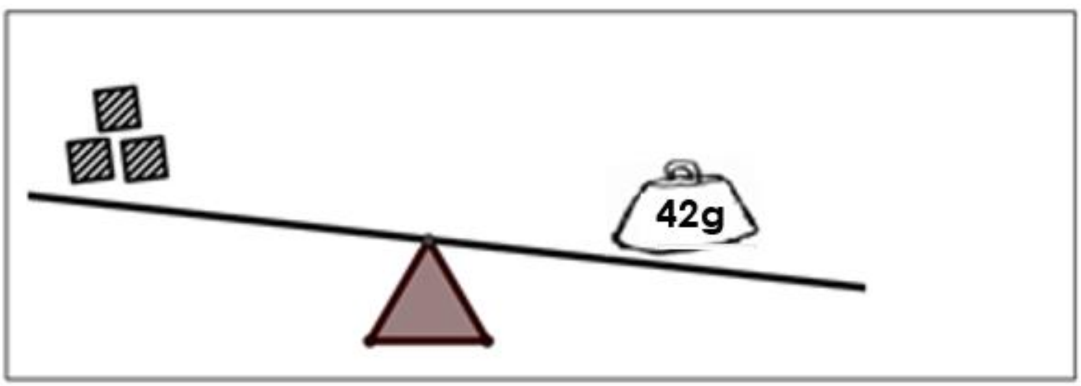
Ahora realicemos una descomposición de los pesos que quedan para poder seguir aplicando la misma cancelación con pesos iguales entre sí:



De acuerdo con esta descomposición podemos cancelar:



Quedando como valores desconocidos los siguientes:

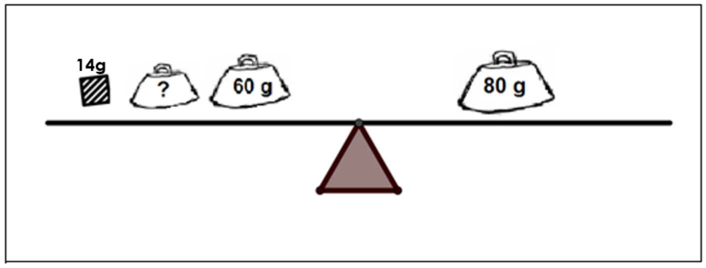


De acuerdo con lo anterior podemos dividir el 42 g entre los tres cuadrados rayados, esto debido a que en el inicio del problema se indica que cada cuadrado rayado pesa lo mismo.

$$42 \div 3 = 14\ g$$

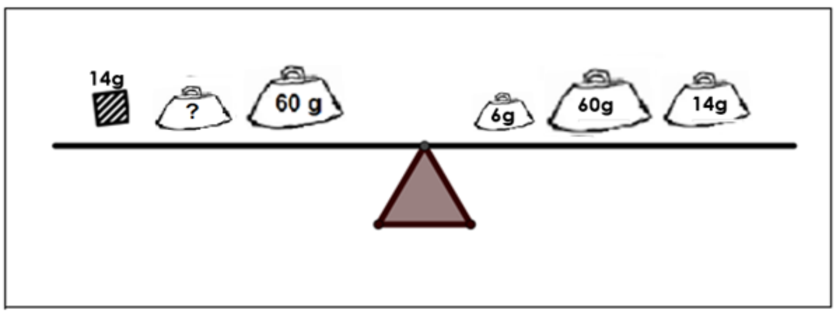
Considerando la información anterior, podemos afirmar que si cada cuadrado pesa 14 g, entonces vamos a sustituir:

Balanza 1



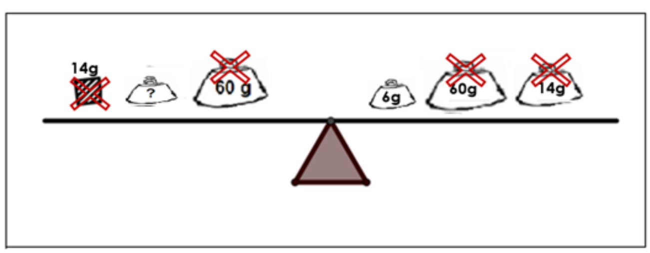
Ahora descomponemos las otras cantidades,

Balanza 1



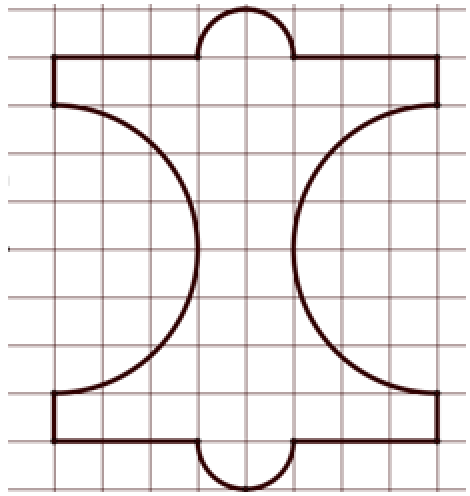
Vamos a cancelar a ambos lados de la balanza los pesos que se pueda y no provoque un desequilibrio de esa balanza

Balanza 1



Según la información anterior el peso que debe corresponde al  para que la balanza se mantenga equilibrada debe ser 6 g

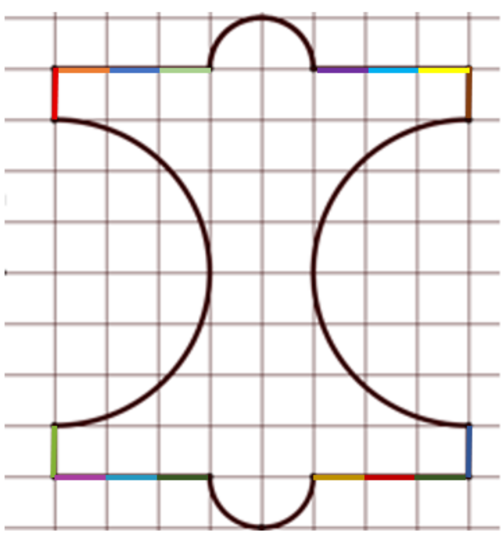
10. Observe la figura dibujada en la siguiente cuadrícula, en la que cada cuadrito mide 1 cm de lado.



Si se sabe que la figura está formada por semicircunferencias, segmentos horizontales y verticales, entonces:

a. ¿Cuál es la longitud, en centímetros, de la figura?
b. ¿Cuál es el área, en centímetros cuadrados, de dicha figura?

Lo primero a considerar es que cada cuadrito mide 1 cm de lado, lo que nos va a permitir determinar la longitud en centímetros de la figura, como se muestra seguidamente:

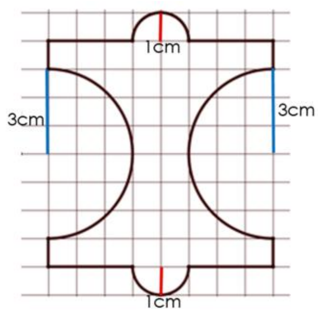


De esta manera podemos contabilizar 16 espacios cada uno con una medida de 1 cm, por lo tanto, esta parte tiene una longitud de 16 cm

En la imagen se muestran algunas semicircunferencias, en las cuales podemos calcular su longitud de la siguiente manera:

$$\frac{L}{2} = \frac{2\pi r}{2}$$

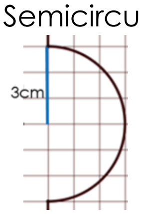
En el caso de las semicircunferencias grandes el radio vale 3 cm y en las pequeñas 1cm, consideremos las siguientes situaciones



Recuerde que hay dos semicircunferencias, que tienen el mismo radio como se observa en la imagen de la izquierda.

Consideremos para efectos de cálculo de $\pi = 3{,}14$

Semicircunferencias grandes



$$L_{sc} = \frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot 3}{2}$$

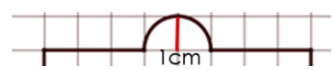
$$L_{sc} = 9{,}42\ cm$$

Longitud de las dos semicircunferencias grandes

$$2\,L_{sc} = 9{,}42\ cm\ \cdot 2$$

$$2L_{sc} = 18{,}84\ cm$$

Semicircunferencias pequeñas



$$L_{sc} = \frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot 1}{2}$$

$$L_{sc} = 3{,}14\ cm$$

Longitud de las dos semicircunferencias pequeñas

$$2\,L_{sc} = 3{,}14\ cm\ \cdot 2$$

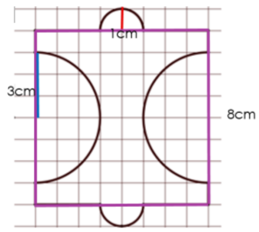
$$2L_{sc} = 6{,}28\ cm$$

De acuerdo con lo anterior a la pregunta "¿Cuál es la longitud, en centímetros, de la figura? Debemos sumar todos los resultados anteriores: Longitud figura: 16 cm + 18,84 cm + 6,28 cm

Longitud figura: 41,12 cm

Para el caso del área de la figura podemos realizarla de varias maneras:

Calculemos todo el cuadro y quitemos la correspondiente a las semicircunferencias:



La figura resaltada con morado corresponde a un cuadrado y su área sería (A_{c}):

$$A_{c} = l^2$$

$$A_{c} = 8^2$$

$$A_{c} = 64\ cm^2$$

Área de los semicírculos grandes ($A_{c\,g}$)

$$A_{c\,g} = \frac{\pi r^2}{2}$$

$$A_{c\,g} = \frac{3{,}14\ \cdot 3^2}{2}$$

$A_{cg} = 14{,}13\ cm^2$, el área de los dos semicírulos es $2A_{cg} = 28{,}26\ cm^2$

Área de los semicírculos pequeños ($A_{c\,p}$)

$$A_{c\,p} = \frac{\pi r^2}{2}$$

$$A_{cp} = \frac{3{,}14\ \cdot 1^2}{2}$$

$A_{cp} = 1{,}57\ cm^2$, el área de los dos semicírulos es $2A_{cp} = 3{,}14\ cm^2$

Área de la figura (A_F):

$A_F = A_{c} - A_{c\,g}+A_{c\,p}$

$A_F = 64\ cm^2 - 28{,}26\ cm^2+3{,}14\ cm^2$

$A_F = 38{,}88\ cm^2$ **El área de la figura sería $\mathbf{38,88\ cm^2}$**

11. Resuelva la siguiente situación:

Los números BR son todos aquellos números naturales, mayores que 10 pero menores que 1000, que son divisibles por:

a. Cada una de sus cifras
b. Por la suma de todas sus cifras
c. Por el producto de todas sus cifras
d. Además, en el caso de los números de tres cifras, son divisibles, por todos los productos posibles, utilizando dos de sus cifras.

n	a_n
1	0
2	$\frac{3}{2}$
3	$\frac{8}{3}$
⋮	
9	

Por ejemplo 735 es un número BR porque:

a. Es divisible por 7, por 3 y por 5 (cada una de sus cifras)
b. Es divisible por 15 (la suma de todas sus cifras)
c. Es divisible por 105 (el producto de todas sus cifras}
d. Es divisible por 21 (el producto de 7 y 3), es divisible por 35 (el producto de 7 y 5) y es divisible por 15 (el producto de 3 y 5)

Determine, ¿cuáles, cuadrados perfectos y cubos perfectos, menores que 220 son números BR?

Primero vamos a determinar los cuadrados y cubos perfectos menores que 220

Cuadrados perfectos	Cubos perfectos
1	1
4	8
16	27
25	64
36	125
49	216
64	
81	
100	
144	
169	
196	

En la tabla de la izquierda se observan los números que son menos que 220 y que también son cubos y cuadrdos perfecto.

Ahora a esos números apliquemosle otra condición que es: "Los números BR son todos aquellos números naturales, **mayores que 10** pero menores que 1000"

Cuadrados perfectos	Cubos perfectos
16	27
25	64
36	125
49	216
64	
81	
100	
144	
169	
196	

Primera condición: para ser un número BR debe ser divisible por cada una de sus cifras, vamos a ver el comportamiento de cada uno de ellos en la siguiente tabla:

Cuadrados perfectos	Divisibilidad exacta entre cada una de sus cifras
16	$16 \div 6 = 2,\overline{66}$
25	$25 \div 5 = 5$
36	$36 \div 6 = 6$
49	$49 \div 4 = 12,25$
64	$64 \div 6 = 10,\overline{66}$
81	$81 \div 8 = 10,125$
100	$100 \div 1 = 100$
144	$144 \div 4 = 36$
169	$169 \div 9 = 18,\overline{77}$
196	$196 \div 6 = 32,\overline{66}$

Cubos perfectos	Suma de sus cifras	Divisibilidad exacta entre la suma de sus cifras
25	2 + 5 = 7	$25 \div 7 = 3,57$
36	3 + 6 = 9	$36 \div 9 = 4$
100	1 + 0 +0 = 1	$100 \div 1 = 100$
144	1 + 4 +4 = 9	$144 \div 9 = 16$

De acuerdo con los resultados obtenidos se resaltan de color naranja los números que sí cumplen esta condición, lo que descartamos los otros para seguir analizando los que van quedando.

Cuadrados perfectos	Divisibilidad exacta entre cada una de sus cifras
25	$25 \div 5 = 5$
36	$36 \div 6 = 6$
100	$100 \div 1 = 100$
144	$144 \div 4 = 36$

Cubo perfecto	Divisibilidad exacta entre cada una de sus cifras
216	$216 \div 6 = 36$

Segunda condición: los números BR son divisibles entre la suma de todas sus cifras, analizaremos está situación en la siguiente tabla:

Cuadrados perfectos	Suma de sus cifras	Divisibilidad exacta entre la suma de sus cifras
25	2 + 5 = 7	$25 \div 7 = 3,57$
36	3 + 6 = 9	$36 \div 9 = 4$
100	1 + 0 +0 = 1	$100 \div 1 = 100$
144	1 + 4 +4 = 9	$144 \div 9 = 16$

Cubo perfecto	Suma de sus cifras	Divisibilidad exacta entre cada una de sus cifras
216	2 + 1 + 6 = 9	$216 \div 9 = 24$

En este momento solo contamos con tres cuadrados (36 , 100 y 144) y un

Tercera condición: "Es divisible de manera exacta entre el producto de todas sus cifras"

Cuadrados perfectos	Suma de sus cifras	Divisibilidad exacta entre el producto de sus cifras
36	$3 \cdot 6 = 18$	$36 \div 18 = 2$
100	$1 \cdot 0 \cdot 0 = 0$	$100 \div 0 = no\ esta\ definida$
144	$1 \cdot 4 \cdot 4 = 16$	$144 \div 16 = 9$

Cubo perfectos	Suma de sus cifras	Divisibilidad exacta entre el producto de sus cifras
216	$2 \cdot 1 \cdot 6 = 9$	$216 \div 12 = 18$

Cuarta condición: "en el caso de los números de tres cifras, son divisibles, por todos los productos posibles, utilizando dos de sus cifras"

Para este caso solo analizaremos los números que tienen tres dígitos que con el 144 y 216, el número 36 califica como RB por solo tener dos dígitos.

Observemos la siguiente tabla:

Cuadrados y cubo perfecto	Suma de sus cifras	Divisibilidad exacta entre el producto de sus cifras
144	$1 \cdot 4 = 4$ $4 \cdot 4 = 16$	$144 \div 4 = 36$ $144 \div 16 = 9$
216	$2 \cdot 1 = 2$ $6 \cdot 1 = 6$ $2 \cdot 6 = 12$	$216 \div 2 = 108$ $216 \div 6 = 36$ $144 \div 16 = 9$

Según lo anterior podemos afirmar que los números 36, 144 y 216 cumplen con las condiciones establecidas en el problema inicial, por tal razón son números RB.

12. Resuelva la siguiente situación

Considere la siguiente información

Lugar	**Costo por m³ de consumo de agua Para un consumo entre 16 y 25 m³**	**Equivalencia monetaria**
San José, Costa Rica	₡ 620	$€\,1 = ₡\,652{,}15$
Murcia, España	€ 2,5	

Una familia consumió durante el pasado mes de setiembre 22,5 m³ de agua.

a) Si esa familia reside en San José, Costa Rica, entonces ¿Cuál es el monto en colones, "₡" que tendrían que cancelar por ese consumo?

Consumo en m³	Costo por m³ de consumo de agua Para un consumo entre 16 y 25 m³	Monto a pagar
22,5 m³	¢ 620	22,5 · 620 = ¢ 13 950

El monto que tiene que cancelar por consumo es de ¢ 13 950

b) Si esa familia reside en Murcia, España, entonces ¿Cuál es el monto en Euros, "€" que tendrían que cancelar por ese consumo?

Consumo en m³ en España	Costo por m³ de consumo de agua Para un consumo entre 16 y 25 m³	Monto a pagar
22,5	€ 2,5	22,5 · 2,5 = € 56,25

c) ¿cuál es la diferencia en colones de lo que se pagó en Costa Rica con respecto a lo que se pagó en España?

Comparativo entre el consumo de agua entre una familia costarricense y una española

Consumo en m³ en Costa Rica	Costo por m³ de consumo de agua Para un consumo entre 16 y 25 m³	Monto a pagar
22,5 m³	₡ 620	22,5 · 620 = ₡ 13 950

Consumo en m³ en España	Costo por m³ de consumo de agua Para un consumo entre 16 y 25 m³	Monto a pagar	Equivalencia en colones
22,5	€ 2,5	22,5 · 2,5 = € 56,25	56,25 · ₡ 652,15 = 36 683,43

Cuadro comparativo y de diferencia entre el mismo consumo en m³ Costa Rica y España

Monto a pagar en Costa Rica por 22,5 m³ de agua	Monto a pagar en España por 22,5 m³ de agua al precio de C.R.	Diferencia en colones
₡ 13 950	₡ 36 683,43	36 683,43 – 13 950 = 22 733

d) ¿Cuántos Euros se ahorraría la familia de Murcia España, si el costo por m³ de consumo fuera el de San José, Costa Rica?

Monto a pagar en Costa Rica por 22,5 m³ de agua	Equivalencia del costo de los 22,5 m³ por en España	Diferencia en colones
₡ 13 950	13 950 ÷ 652,15	€21,39

Si el costo por m³ de consumo fuera el de San José, Costa Rica, la familia de Murcia España pagaría €21,39 por lo tanto

56,25 - 21,39 = € 34,86

Se ahorrarían € 34,86

13. Considere la siguiente información sobre un juego de azar

Sobre los materiales del juego:

- Una moneda 100 colones rotulada de la siguiente forma en la cara del escudo se le escribe un 5 y en la cara de la corona se le escribe un 6. Al tirar la moneda sus dos caras tienen la misma probabilidad de quedar hacia arriba.
- Un dado de seis caras, numeradas del 1 al 6 (un número diferente en cada cara). Al tirar el dado, todas sus caras tienen la misma probabilidad de quedar hacia arriba.

Para cada jugada se acuerda que:

- Al tirar la moneda o el dado, se obtiene el número, que queda en la cara que queda hacia arriba.
- Hay dos tipos de jugadas permitidas:
  I. La jugada "solo monedas": consiste en tirar dos veces la moneda y sumar los números obtenidos.
  II. La jugada "mixta": consiste en tirar la moneda y el dado. Luego se suman los números obtenidos.

Con base en la información dada, ¿cuál tipo de jugada debe escoger, para tener la mayor probabilidad, de obtener lo que se indica, para cada uno de los siguientes casos?

a. Caso1: Obtener un número mayor o igual que 10.
b. Caso 2: Obtener un número par.
c. Caso 3: Obtener un número compuesto.

Área de respuestas al problema

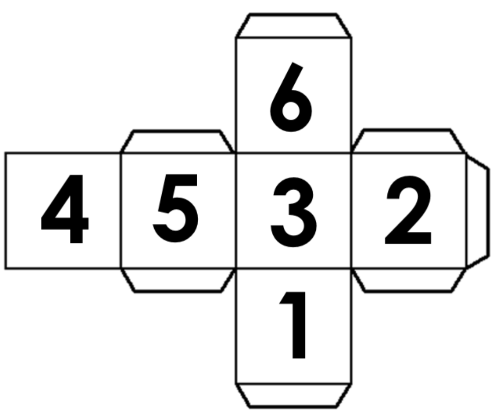
I. Anote todos los posibles resultados que se pueden obtener con la jugada "solo monedas"

En el caso de las jugadas con la moneda se pueden obtener los siguientes resultados:

En este caso tenemos **cuatro** posibles eventos.

II. Anote todos los posibles resultados que se pueden obtener con la jugada "mixta"

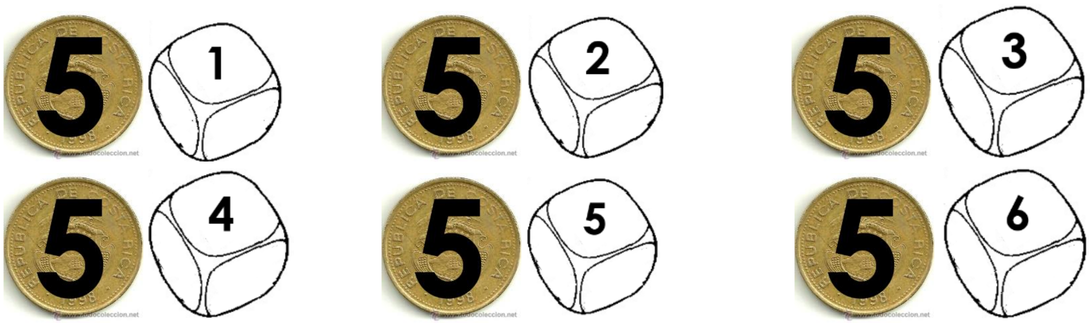
Con el dado se pueden observar lo siguiente:



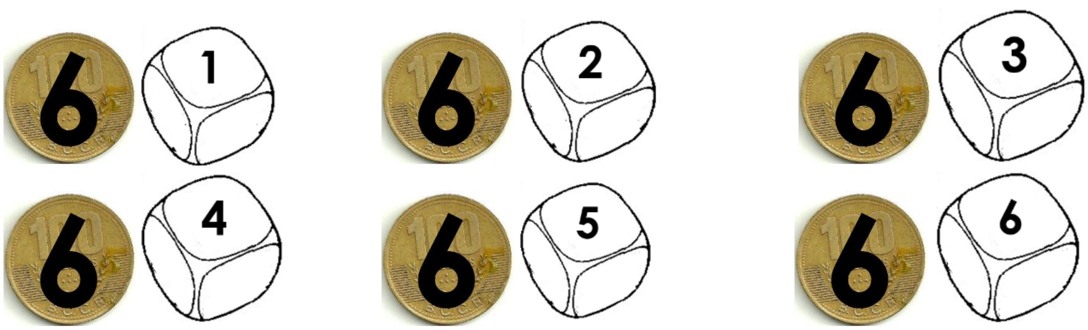
Tiene seis caras, cada una con igual probabilidad de salir, en el caso de la moneda tienen la misma posibilidad de salir al tirar la moneda

De acuerdo con lo anterior, puede afirmarse que los posibles resultados son los siguientes:

Con la cara rotulado con el número 5 en la moneda:



Con la cara rotulado con el número 6 en la moneda



En total hay **doce** posibles resultados.

a. Respuesta para el caso1: Obtener un número mayor o igual que 10.

a. Analicemos el caso 1" Obtener un número mayor o igual que 10"

En la jugada solo monedas al sumarlos siempre dan 10 o un número mayor que diez, observemos la siguiente tabla:

Eventos	Suma	Resultado de la suma
6 5	**6 + 5**	**11**
5 5	**5 + 5**	**10**
5 6	**5 + 6**	**11**
6 6	**6 + 6**	**12**

Por esta razón podemos afirmar que en el caso 1 " Obtener un número mayor o igual que 10" es un evento seguro de que suceda si lo realizamos bajo la jugada solo monedas.

En el caso de la jugada "mixta": consiste en tirar la moneda y el dado, sucede lo siguiente

Eventos	Suma	Resultado de la suma
5 1	5 + 1	6
5 2	5 + 2	7
5 3	5 + 3	8
5 4	5 + 4	9
5 5	5 + 5	10
5 6	5 + 6	11
6 1	6 + 1	12
6 2	6 + 2	8
6 3	6 + 3	9
6 4	6 + 4	10
6 5	6 + 5	11
6 6	6 + 6	12

Como se observa, de las doce jugadas solo 6 permiten obtener un resultado que al sumarlo sea igual o mayor que 10, por lo tanto, hay un 0,5 de probabilidad que al realizar la jugada mixta logremos lo propuesto en el caso 1.

b. Respuesta para el caso 2: Obtener un número par.

b. Analicemos el caso 2 “Obtener un número par”

En la jugada solo monedas al sumarlos dan cuatro resultados, dos ellos son pares como se observa:

Eventos	Suma	Resultado de la suma
	6 + 5	11
	5 + 5	10
	5 + 6	11
	6 + 6	12

De acuerdo con lo anterior, hay un 0,5 de probabilidad que obtengamos un número par si lo realizamos bajo la jugada solo monedas.

En el caso de la jugada “mixta”: consiste en tirar la moneda y el dado, sucede lo siguiente

Eventos	Suma	Resultado de la suma
	5 + 1	6
	5 + 2	7
	5 + 3	8
	5 + 4	9
	5 + 5	10
	5 + 6	11
	6 + 1	12
	6 + 2	8
	6 + 3	9
	6 + 4	10
	6 + 5	11
	6 + 6	12

Como se observa, de las doce jugadas 7 permiten obtener un resultado que al sumarlo sea un número par, por lo tanto, hay un 0,58 de probabilidad que al realizar la jugada mixta logremos lo propuesto en el caso 2.

Por lo anterior es más seguro lograr el objetivo de este caso si utilizamos la jugada mixta.

c. Respuesta para el caso 3: Obtener un número compuesto.

c. Analicemos el caso 3" Obtener un número compuesto"

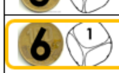
Recuerde que un número compuestos es un número natural que tiene uno o más divisores distintos a 1 y a sí mismo.

En la jugada solo monedas al sumarlos dan cuatro resultados, dos ellos son números compuestos como se observa:

Eventos	Suma	Resultado de la suma	Divisores del resultado de la suma
	6 + 5	11	
	5 + 5	10	1,2,5,10
	5 + 6	11	
	6 + 6	12	1,2,3,4,6,12

De acuerdo con lo anterior, hay un 0,5 de probabilidad que obtengamos un número compuesto si lo realizamos bajo la jugada solo monedas.

Por otro lado, en el caso de la jugada "mixta": consiste en tirar la moneda y el dado, sucede lo siguiente

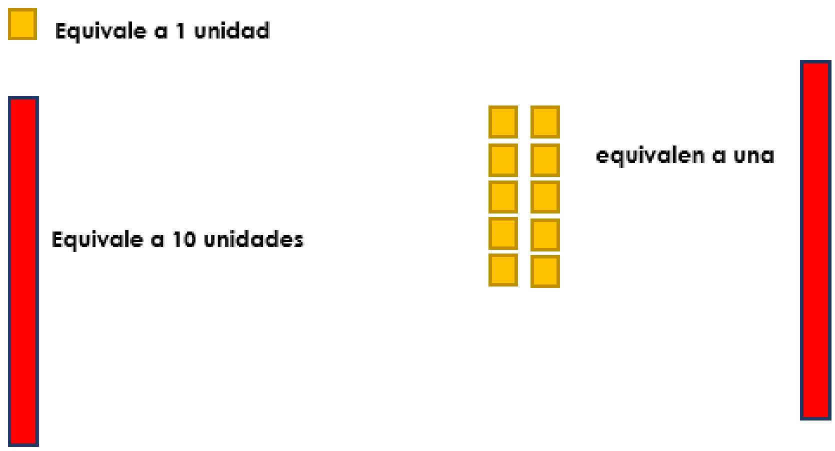
Eventos	Suma	Resultado de la suma	Divisores del resultado de la suma
	5 + 1	6	1,2,3,6
	5 + 2	7	1,7
	5 + 3	8	1,2,4,8
	5 + 4	9	1,3,9
	5 + 5	10	1,2,5,10
	5 + 6	11	1,11
	6 + 1	12	1,2,3,4,6,12
	6 + 2	8	1,2,4,8
	6 + 3	9	1,3,9
	6 + 4	10	1,2,5,10
	6 + 5	11	1,11
	6 + 6	12	1,2,3,4,6,12

De las doce jugadas 9 permiten obtener un resultado que al sumarlo sea un número compuesto, por lo tanto, hay un 0,75 de probabilidad que al realizar la jugada mixta logremos obtener un número compuesto.

De acuerdo con lo anterior es más seguro lograr el objetivo de este caso si utilizamos la jugada mixta.

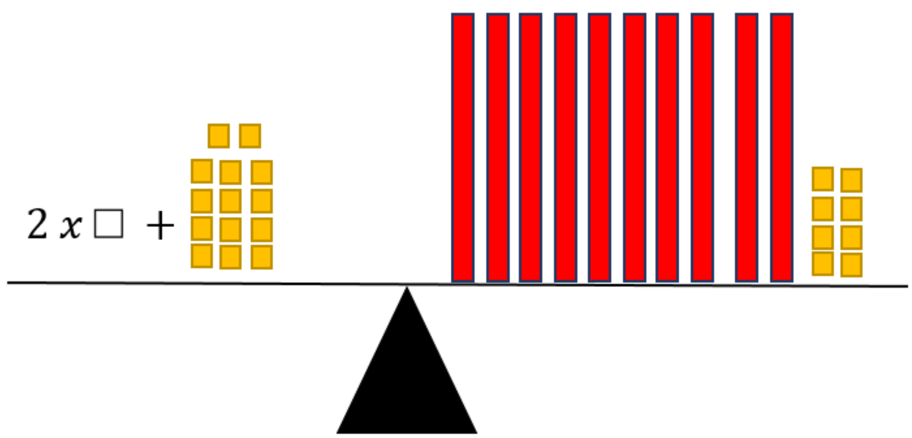
14. El valor faltante en el recuadro $2\,x\,\square + 14 = 108$ para que la expresión tenga sentido corresponde a

Consideremos lo siguiente:

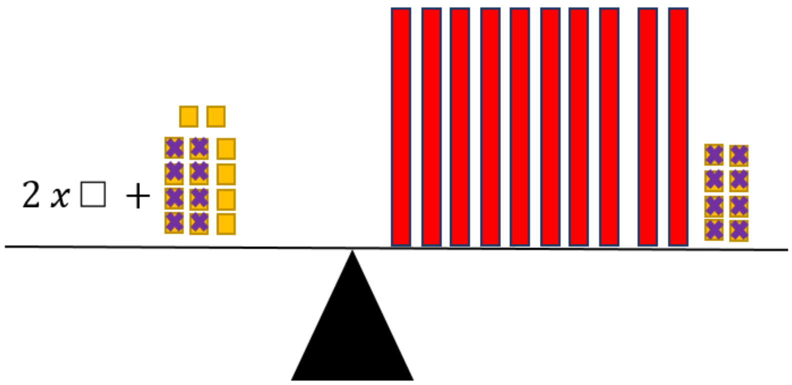


De acuerdo con lo anterior, utilicemos la balanza vista en el I Ciclo para obtener la respuesta de una manera simple al problema:

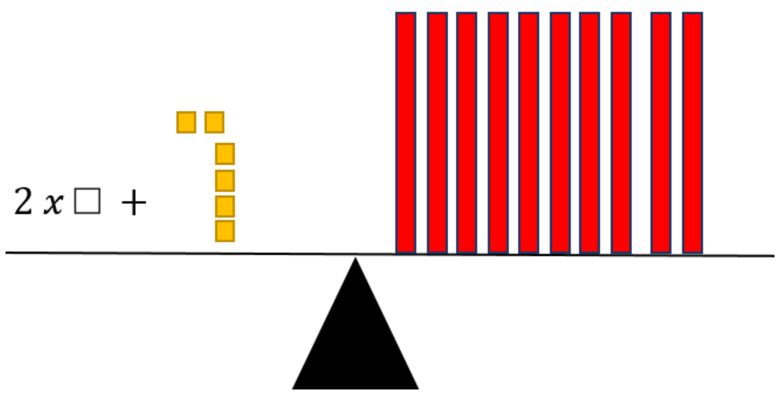
Considerando equivalentes la expresión $2\,x\,\square + 14 = 108$ y la siguiente representación gráfica



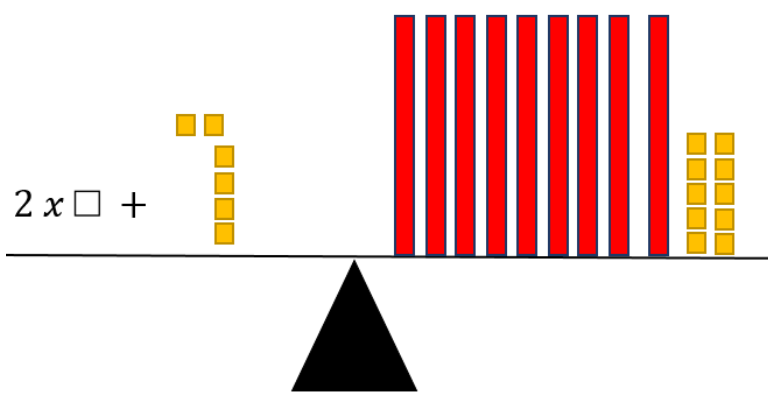
Según lo anterior, podemos aplicar cancelación de figuras iguales a ambos lados de la balanza e incluso la ley de cambio para descomponer otras por valores ya conocidos, como se sigue desarrollando.



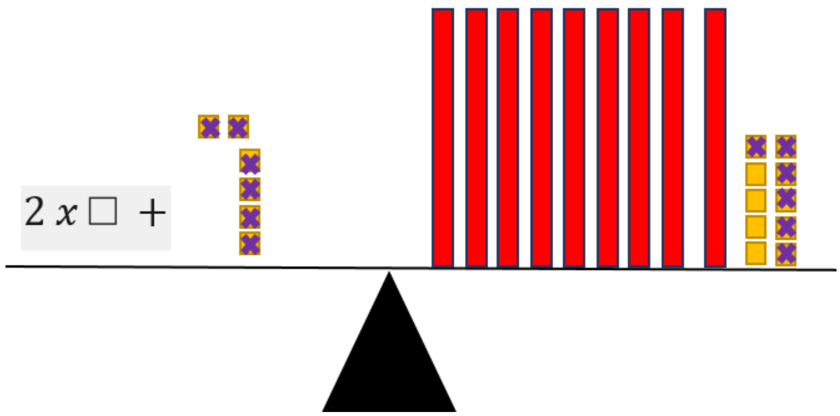
Al cancelar las representaciones que tiene un mismo valor a ambos lados de la balanza nos queda:



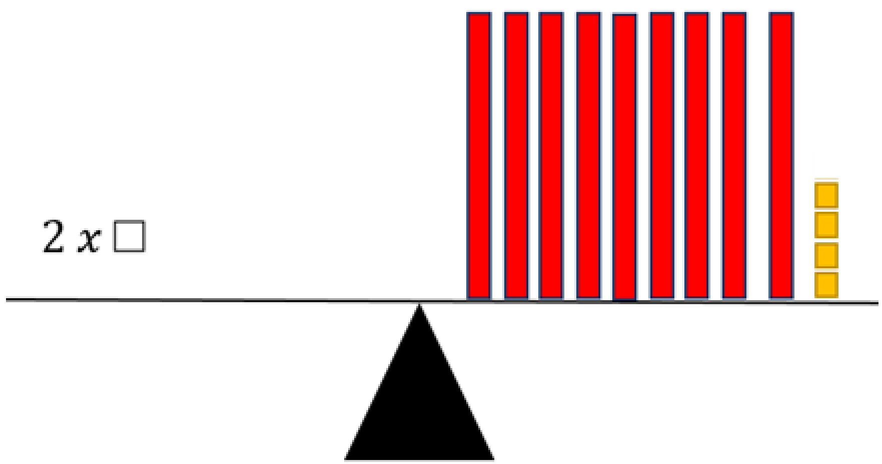
De acuerdo con los datos resultantes vamos a aplicar la ley de cambio y descomponemos una regleta según su equivalencia para seguir cancelando



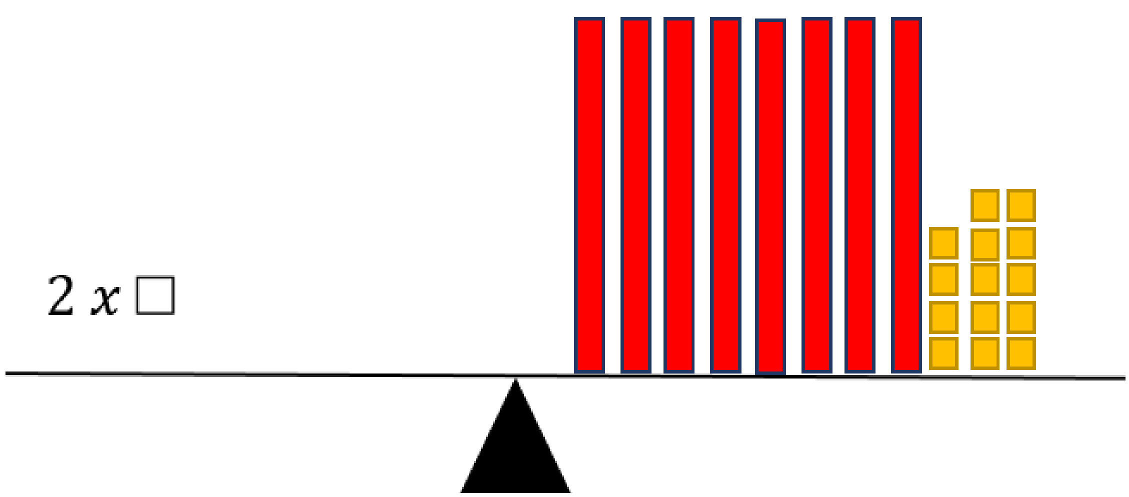
Vamos a quitar a ambos lados de la balanza los cuadrados amarillos que tiene un valor de una unidad



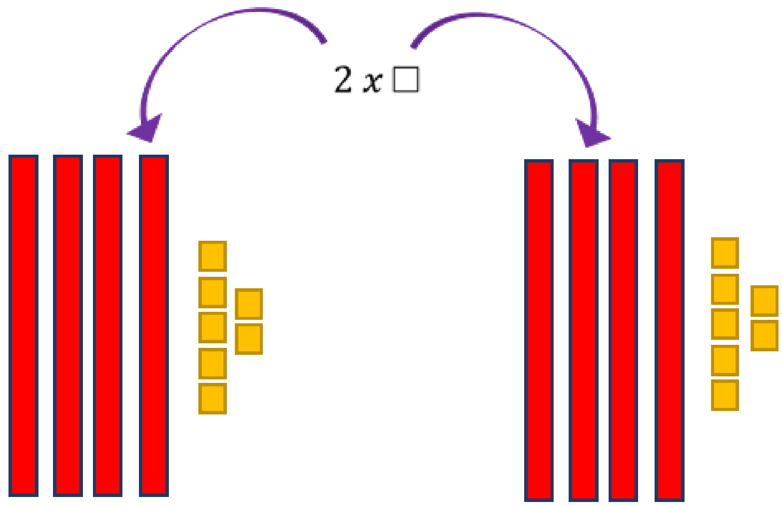
Quedando lo siguiente a ambos lados de la balanza:



Vamos a descomponer otra regleta:



Vamos a realizar una repartición de lo que encontramos en el extremo derecho:



Recuerde que cada regleta tiene un valor de diez unidades y cada cuadrado amarillo de una unidad, por lo tanto, $2\ x\ \square$ equivale a 94 unidades y cada $\square$ vale 47 unidades

15. El valor faltante en el recuadro $3x\square - 24 = 120$ para que la igualdad sea verdadera

Una manera diferente a la utilizada en el problema 20 sería pensar en un posible prueba y error, como se muestra seguidamente:

$$3x\square - 24 = 120$$

Cambiemos el $\square$ por 10 y resolvamos la operación que se muestra a la derecha de la igualdad:

$3x10 - 24$

6 Al probar 10 en lugar del $\square$ el resultado es 30, por lo que es necesario utilizar un valor más grande para aproximarse a 120.

Probemos con el posible valor de $\square$ igual a 40

$3x40 - 24$

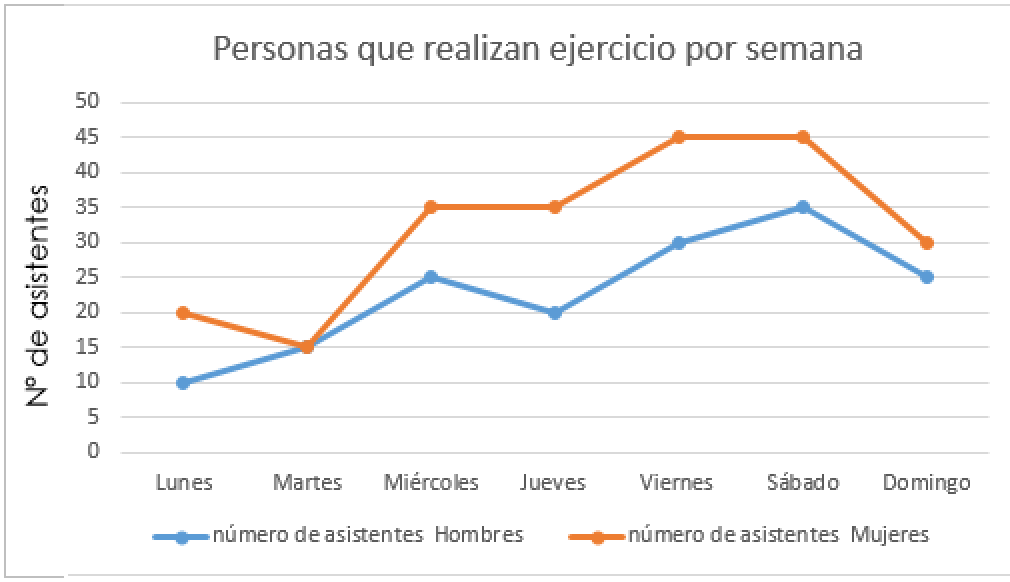
96 Aún cambiando por 40 nos hizo falta, por lo que debemos probar con un número mayor

$\square$ Igual a 48

$3x48 - 24$

$\mathbf{120}$ Si sustituimos el $\square$por 48 si obtenemos el mismo valor que se encuentra en el extremo izquierdo de la igualdad

Observe el siguiente gráfico y conteste las tres preguntas que a continuación se le dan tomando en cuenta personas que participaron en deportes para contestar los ítems 16 y 17



16. Según el gráfico anterior ¿Cuántas personas en total participaron entre el lunes y el jueves?

Para ello primero debemos determinar el número de participantes en los días: lunes, martes, miércoles y jueves.

Vamos a identificar en el gráfico la cantidad de hombres y mujeres que participaron cada día

En la siguiente tabla se sistematiza la cantidad de participantes por día y por sexo:

Día	Hombres	Mujeres	Total
Lunes	10	20	30
Martes	15	15	30
Miércoles	25	35	60
Jueves	20	35	55
Totales	70	105	175

En total en esos 4 días participaron 175 personas entre hombres y mujeres

17. De acuerdo con el gráfico anterior, durante la semana ¿cuántas mujeres participaron más que hombres?

En el siguiente gráfico se observan las cantidades diarias de participación por día y por sexo:

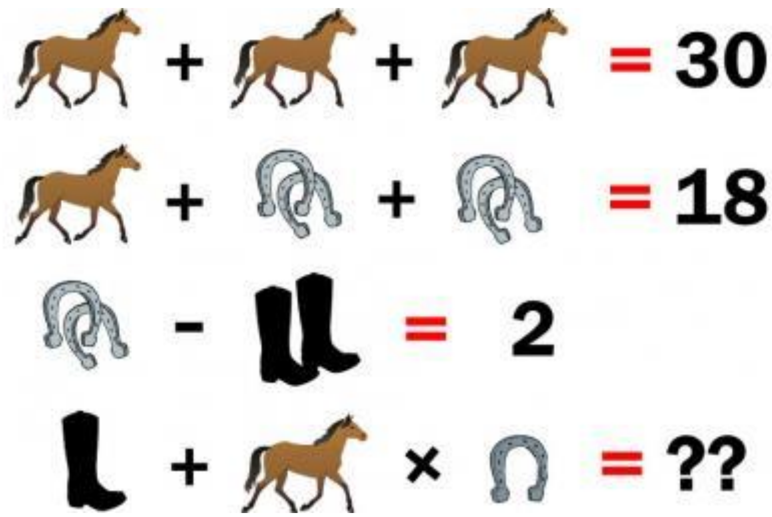
En la siguiente tabla resumimos la información

Día	Hombres	Mujeres	Total
Lunes	10	20	30
Martes	15	15	30
Miércoles	25	35	60
Jueves	20	35	55
Viernes	30	45	75
Sábado	35	45	80
Domingo	25	30	55
Totales	160	225	385

En total asistieron en la semana 385 personas, de ellos 225 son mujeres y 160 hombres.

Por lo tanto, participaron 65 mujeres más que hombre

Observemos la siguiente información para responder las preguntas 18 y 19



18. De acuerdo con la imagen anterior ¿Cuál es el valor correspondiente a la herradura?:

Como estrategia vamos a iniciar en aquella igualdad que esta con una misma imagen y a la vez igualada a una cantidad, como la siguiente:

En este caso tenemos que 3 caballos tienen un valor de 30 unidades, por lo que podemos afirmar que:

$$\begin{array}{r|l} 30 & \underline{\;3\;} \\ 0 & 10 \end{array}$$

De acuerdo con lo anterior un caballo vale 10 unidades

Como ya conocemos el valor de un caballo, vamos a valorar la segunda igualdad:

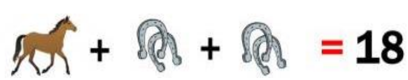
En esta ya conocemos un elemento, por lo que quedaría algo así:

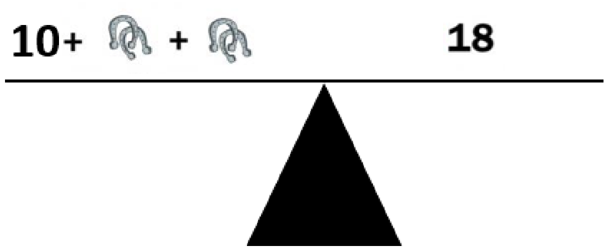
Podemos utilizar la estrategia de la prueba y error. Pensando en dos números (iguales) que sumados con 10 me dan 18.

En este caso sería el número 4 porque: $10 + 4 + 4 = 18$

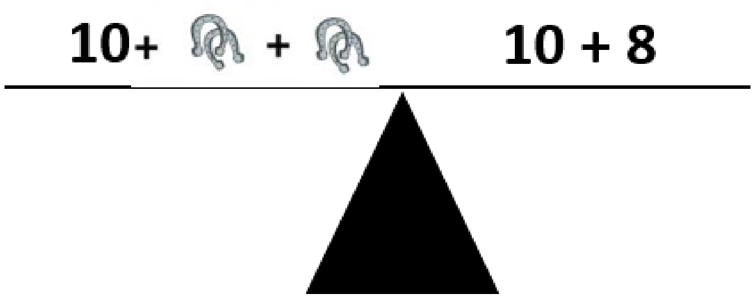
Lo que nos permite determinar que el valor de una herradura es 4 unidades.

Recuerde que también podemos hacer uso de la balanza utilizada en el I Ciclo como se muestra:

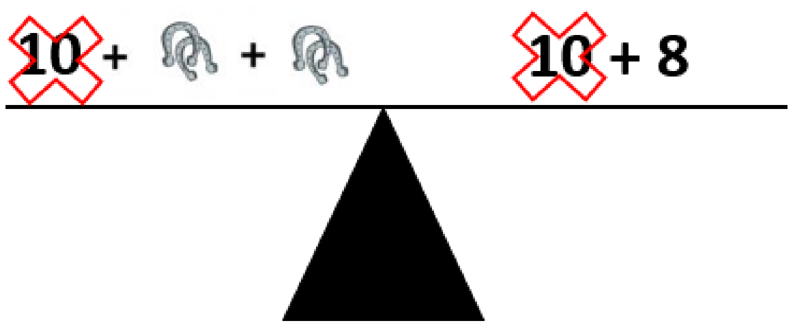
La expresión  es equivalente a:



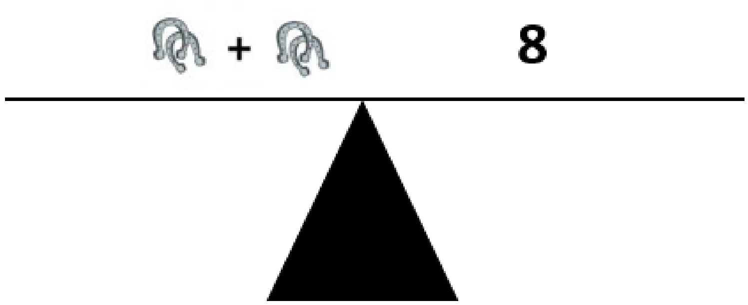
Vaso a descomponer el valor del extremo derecho de la balanza:



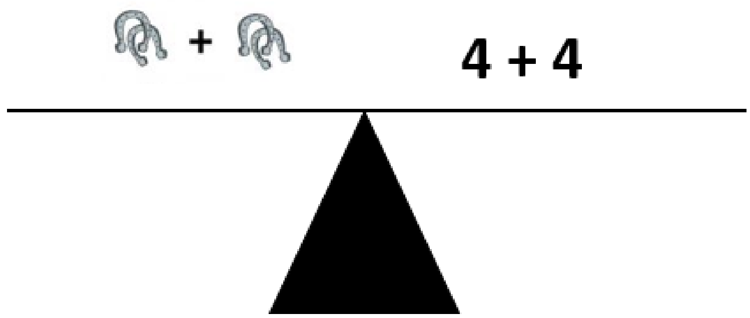
Para proceder a quitar a ambos lados de la balanza la misma cantidad y evitar que pierda el equilibrio



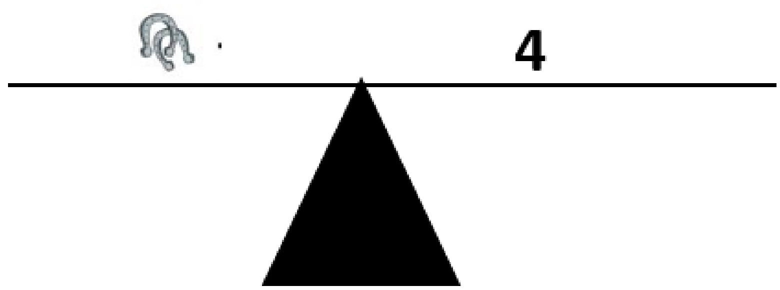
Para obtener la siguiente balanza



Volviendo a descomponer la cantidad que se observa al lado derecho queda así:



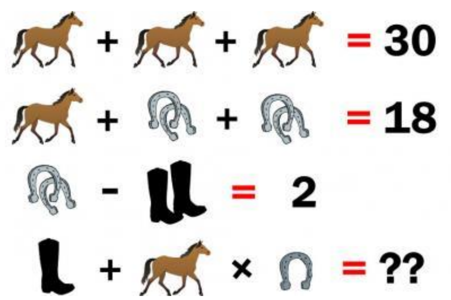
Para determinar que el valor de una herradura sería:



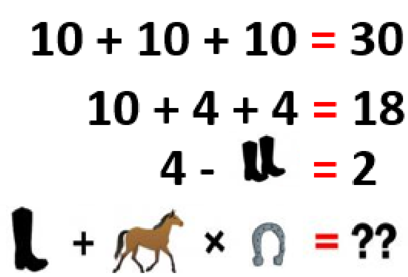
Como se observa en el procedimiento anterior el valor de una herradura es de 4 unidades al igual que en este caso

19. De acuerdo con la imagen anterior ¿Cuál es el resultado de la última operación?

En la imagen



Aparecen varios valores desconocidos, de los cuales ya averiguamos algunos como el caballo el cual tiene un valor de 10 unidades y la herradura que equivale a 4 unidades. Podemos ir completando para determinar los datos que falta en esas igualdades, esa imagen es equivalente a lo siguiente:



Para determinar los valores que deben de ir en la última igualdad necesitamos determinar el valor de las botas.

En este caso si lo hacemos por prueba y error nos preguntamos ¿Qué número le resto a 4 para que me de 2? el resultado sabemos que es 2.

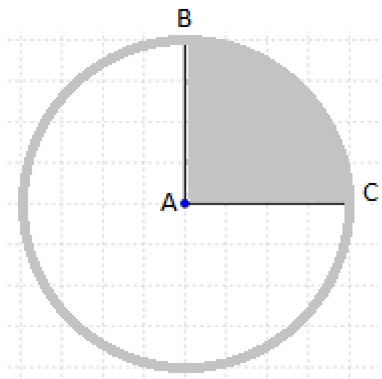
Con este dato podemos sustituir los valores que se involucran en la última igualdad para determinar el valor solicitado:

$$2 + 10 + 4 = 16$$

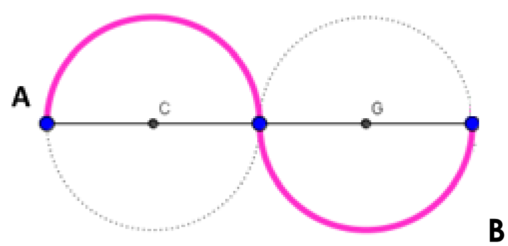
De acuerdo con lo anterior, el valor solicitado para la última igualdad es de 16.

Preguntas adicionales

1. Observe la siguiente figura, que tiene centro en A ¿Cuál es el área en decímetros cuadrados de la parte sombreada en la figura si su radio mide 4 cm? **(Tomado PEM)**



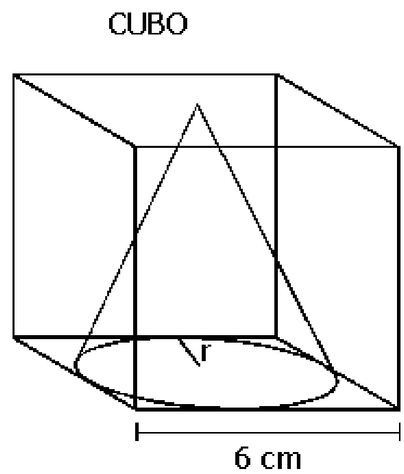
2. Observe la siguiente imagen construida con 2 circunferencias de igual radio, donde C y G son los centros de dichas circunferencias.



A

Si sabemos que la distancia del punto A al punto B es 28 cm. ¿Cuál es la longitud de la línea destacada en el dibujo?

6) Según la siguiente figura ¿cuál es el volumen restante de la caja al introducir el cono en ella?



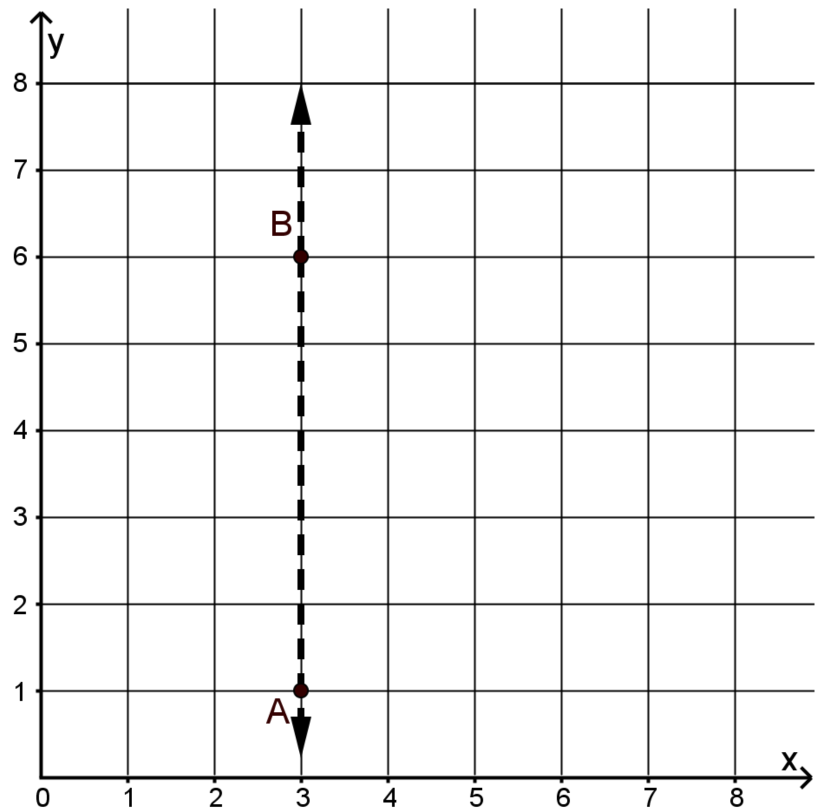
7. De un coro de 80 personas, 12 saben tocar el órgano. ¿Qué porcentaje de los integrantes del coro saben tocar ese instrumento?

8. Carlos hizo un depósito de ¢ 425 000 a un plazo fijo de dos años. Si el interés anual es del 14%, ¿cuánto dinero, en total, recibe Carlos al finalizar el periodo del depósito?

9. En un supermercado capitalino, durante esta semana el precio del atún de 240 g tiene una rebaja; el precio regular es de 1650 colones pero el precio rebajado es de 1320 colones. ¿Qué porcentaje de descuento tiene ese atún?

10. En los siguientes ejes coordenados, dibuje el cuadrilátero EFGH, que se le solicita, con base en las siguientes claves.

Cuadrilátero EFGH
a. Su área es de 4 cm^2 b. El vértice E corresponde a la traslación del punto A, 1 unidad a la derecha y 3 unidades hacia arriba. c. El vértice G es simétrico al vértice E, con respecto al eje de simetría que contiene a los puntos A y B. d. El vértice F corresponde al punto (7,6) y es el vértice con mayor ordenada. e. El vértices H es simétrico al vértice F, con respecto a un eje de simetría horizontal.



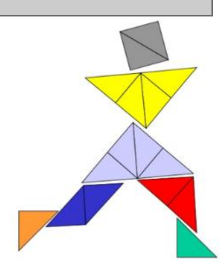
Observación:

Recuerde: En primaria utilizamos como signo para la multiplicación la letra "x" sin embargo podemos valorar el uso del punto para ir familiarizando a los niños con esta otra forma de representar esta operación en la secundaria.

Créditos

Los ítems fueron tomados de la prueba circuitales y regional de la olimpiada de matemática de sexto año 2017, elaborados por:

Asesor (a)	Dirección Regional
Jessica Abarca Sanabria	San Carlos
Adolfo Alejandro Monge Zamora	Aguirre
Xinia Zúñiga Esquivel	Pérez Zeledón
Juan Carlos Picado Delgado	Zona Norte Norte
Cristián Barrientos Quesada	Puntarenas
Heriberto Rojas Segura	Grande del Térraba
Luis Fernando Mena Esquivel	Guápiles
Gerardo Murillo Vargas	Heredia
Maureen Oviedo Rodríguez	Heredia
Marvin Montiel Araya	Coto
Marielos Rocha Palma	San José Oeste
Alejandro Benavides Jiménez	Peninsular
Yadira Barrantes Bogantes	Alajuela
David Carranza Sequeira	Sarapiquí
Laura Andrea Ureña Ureña	Los Santos
Javier Quirós Paniagua	Turrialba
Ana María Navarro Ceciliano	Cartago
Yamil Fernández Martínez	Cartago
Javier Barquero Rodríguez	Puriscal
Elizabeth Figueroa Fallas	Departamento de Primero y Segundo Ciclos
Hermes Mena Picado	Departamento de Primero y Segundo Ciclos



Revisoras de los cuadernillos

Mónica Mora Badilla	Profesora de Matemática Escuela de Formación Docente, Universidad de Costa Rica
Gabriela Valverde Soto	Profesora de Matemática Escuela de Formación Docente, Universidad de Costa Rica

Compilación y estrategias de solución de los cuadernillos realizadas por:

Hermes Mena Picado - Elizabeth Figueroa Fallas

Asesoría Nacional de Matemática.

Departamento de Primero y Segundo Ciclos

Dirección de Desarrollo Curricular